

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

*Приладобудівний факультет*

(повна назва інституту/факультету)

*Кафедра приладів і систем орієнтації та навігації*

(повна назва кафедри)

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри

Бурау Н.І.

(прізвище та ініціали)

(підпис)

«

»

2019 р.

## Дипломна робота

освітньо-кваліфікаційного рівня « *бакалавр* »  
(назва ОКР)

з напрямку підготовки (спеціальності) *6.051003 «Приладобудування»*  
(код та назва напрямку підготовки або спеціальності)

на тему: *Система керування магнітним підвісом чутливого елемента  
Гірокомпаса*

Виконав: студент *IV* курсу, групи *ПГ-51*  
(шифр групи)

*Пархоменко Юрій Олександрович*

(прізвище, ім'я, по батькові)

(підпис)

Керівник *ст. викладач, Мураховський С.А.*  
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

(підпис)

Консультант

(назва розділу)

(посада, вчене звання, прізвище та ініціали)

(підпис)

Консультант

(назва розділу)

(посада, вчене звання, прізвище та ініціали)

(підпис)

Рецензент

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі  
немає запозичень з праць інших  
авторів без відповідних посилань.

Студент

(підпис)

Київ – 2019 рік

## Зміст

Вступ.....	8
Розділ I.....	10
Аналіз сучасного стану розвитку безконтактних магнітних підвісів .....	10
1.1 Загальна характеристика магнітних підвісів .....	10
1.2 Класифікація магнітних підвісів .....	12
1.3 Різновиди датчиків у магнітному підвісі .....	15
Розділ II.....	20
Математична модель магнітного підвісу.....	20
2.1 Модель магнітної системи .....	20
2.2 Математична модель рівнянь руху.....	28
2.2.1 Рівняння руху і умови стійкості магнітного підвісу .....	28
2.2.3 Лінеаризована модель магнітного підвісу .....	35
2.2.4 Система стабілізації магнітного підвісу .....	37
Розділ III .....	44
Розрахунок та моделювання магнітного підвісу .....	44
3.1 Розрахунок котушки індуктивності .....	44
3.2 Математична та програмна модель .....	46
3.3 Результати досліджень .....	48
Висновки.....	60
Список використаної літератури .....	61

## Вступ

Сучасні опори повинні володіти властивістю тривало та стійко працювати в будь-якому середовищі при малих та високих швидкостях, мати близькі до нуля моменти, споживати незначну кількість енергії, бути технологічними і не надто дорогими. На сьогоднішній день відомо багато різних опор і підвісів, які в тій чи іншій мірі задовольняють окремим з перерахованих вимог. Найбільш повне рішення проблем досягається в електромагнітних підвісах, де вага вивішеного тіла і діючих на нього навантажень врівноважуються силами магнітного або електричного поля, які називають в електротехніці пондеромоторними. В результаті такого врівноваження досягається вільна левітація вивішеного тіла без зіткнень з оточуючими його предметами.

Вільна левітація тіл в електричних і магнітних полях забезпечує роботу підвісу за умови дуже малих збурюючих моментів. Термін служби таких підвісів визначається ресурсом роботи електронної апаратури, але її надійність настільки висока, що безвідмовність гарантується на протязі декількох років. Крім того, відсутність зносу, шуму та вібрацій, можливість нормального функціонування в вакуумі, агресивних середовищах, широкий температурний діапазон і незначна потреба в енергії роблять такі підвіси все більш перспективними.

Поряд з перевагами електромагнітного підвісу необхідно чітко уявляти низку основних проблем, які доводиться вирішувати при їх створенні. Наприклад, навантажувальна властивість і жорсткість електромагнітних опор тих же габаритів, незважаючи на те, що в окремих випадках жорсткість електромагнітних опор досягає  $1.5..2 \text{ Н/мкм}$ . Подальше підвищення під'ємної сили і жорсткості електромагнітного підвісу пов'язане з розробкою і застосуванням нових матеріалів, вдосконалюючи конструктивні і схемні рішення, а також технології виробництва

В прецизійному приладобудуванні, для отримання малого рівня шкідливих моментів використовується магнітний підвіс чутливого елемента в приладах з феромагнітним якорем сферичної або кульової форми в регульованому

магнітному полі осесиметричного електромагніту з циліндричним або конусоподібним сердечником, який має сферичне закруглення.

Перші магнітні підвіси були основані на використанні сили взаємодії постійних магнітів. У зв'язку зі збільшенням дальності, швидкості і ресурсу дії рухомих об'єктів, збільшення точності приладів і машин, а також швидкостей обертання їх окремих елементів дедалі гострішою стає проблема поліпшення якості опорних вузлів і підвісів.

Однією з найважливіших частин магнітного підвісу є система стабілізації, необхідна для досягнення стійкості безконтактного положення рівноваги феромагнітного тіла в магнітному полі. На даний момент в приладобудуванні застосовують різноманітні магнітні підвіси, які відрізняються як конструкцією магнітної системи, так і побудовою систем стабілізації. Однак принцип дії систем стабілізації цих магнітних підвісів однаковий.

Магнітні підвіси застосовуються з кінця 70-х рр. і на даний момент вони грають важливу роль у розвитку технологій прецизійного приладобудування.

В даний час магнітний підвіс феромагнітних тіл застосовується в цілому ряді пристроїв: витратомірів, щільномірів, в прецизійних стабілізаторах електричного струму, лічильниках електроенергії, вакуумних насосах, для підвіски чутливих елементів гіроскопічних приладів.

Магнітний підвіс - це система автоматичного управління (САУ), яка забезпечує стабілізацію зазору між вивішеним феромагнітним тілом і сердечником електромагніту по його осі, яка співпадає з вертикаллю. В більшості робіт, присвячених дослідженню магнітного підвісу, розглядаються лінеаризовані рівняння при аналізі яких визначається умова стійкості і якість регулювання при малих відхиленнях узагальнених координат системи від рівноважних значень. З інженерної точки зору при створенні магнітного підвісу важливо забезпечити не тільки хорошу якість регулювання при малих відхиленнях, але й достатньо велику область тяжіння до стану рівноваги. При визначенні області тяжіння необхідно враховувати нелінійність характеристик ланок САУ.

## **Розділ I**

### **Аналіз сучасного стану розвитку безконтактних магнітних підвісів**

#### **1.1 Загальна характеристика магнітних підвісів**

Працездатність, точність і надійність електромагнітних підвісів значною мірою визначаються характеристиками застосовуваних в них матеріалів. Вибір матеріалів для електромагнітних підвісів залежить від багатьох факторів, основним з яких можна вважати:

- 1) забезпечення максимальної вантажопідйомності і жорсткості при мінімальних габаритах і споживаній потужності;
- 2) стабільність основних електромагнітних властивостей і геометричних розмірів в часі і при будь-яких гарантованих режимах експлуатації;
- 3) технологічність;
- 4) економічність і недефіцитних;

Задача оптимального використання тих чи інших матеріалів в електромагнітних підвісах в загальному випадку досить складна. Характеристики матеріалів часто суперечливі, як і вимоги, які до них пред'явлені. Це призводить до того, що в більшості випадків доводиться приймати компромісні рішення в залежності від конкретних умов. Тому розглянемо основні типи матеріалів, які використовуються в електромагнітних підвісах різного призначення.

Металеві магнітом'які матеріали широко використовуються для виготовлення магнітопроводів керованих магнітних підвісів, які працюють як на постійному, так і на змінному струмах. Для цих матеріалів бажані висока початкова і максимальна магнітні проникності, висока індукція насичення, мала коерцитивна сила, нечутливість до механічних напруг і механічна стабільність. За хімічним складом, який в значній мірі визначає основні властивості і технологію виробництва, магнітом'які матеріали можна розділити на 4 групи:

- 1) електротехнічні сталі - сплави заліза з кремнієм;

- 2) пермалой - сплави заліза з нікелем з додаванням легуючих присадок у вигляді молібдену, хрому, міді та інші;
- 3) пермендюри - сплави заліза з кобальтом;
- 4) альсифера - залізоалюмінієві сплави;

Електротехнічні сталі найбільш дешеві, мають досить велику індукцію насичення і хороші технологічні властивості. Основними їх недоліками є мала початкова магнітна проникність і велике значення коерцитивної сили. Кращими магнітними властивостями з усіх магнітних сплавів заліза з кремнієм має холоднокатана текстурована сталь, ця сталь має в площині листа лише один напрямок легкого намагнічування, що збігається з напрямком прокату. У зв'язку з цим виготовлення магнітних дротів електромагнітних підвісів, що мають кругову форму статора і ротора з такої ж сталі, є недоцільним. Найбільш раціональним рішенням в цьому випадку є застосування малотекстурованої сталі, що має два

напрямки легкого намагнічування і магнітні властивості на рівні холоднокатної сталі.

З усіх відомих феромагнетиків пермалой має найбільше значення початкової і максимальної проникності і найменшу коерцитивну силу в слабких полях. Основними недоліками пермалоїв є знижене значення індукції насичення в порівнянні з електротехнічними сталями, велика чутливість магнітних властивостей до механічних напруг і висока вартість. По складу пермалої прийнято ділити на низьконікеліві і високонікеліві пермалої. Для поліпшення електромагнітних властивостей обидві групи пермалоїв зазвичай легують різними елементами.

Легування молібденом обумовлює значне збільшення питомого електричного опору, робить позитивний вплив на величину початкової проникності і дозволяє подвійну термообробку замінити порівняно простим відпалюванням. Крім того, наявність молібдену зменшує чутливість пермалою до деформацій. Негативна дія молібдену проявляється в зменшенні індукції насичення. Дія хрому на пермалой в значній мірі аналогічно дії молібдену.

Мідь сприяє збільшенню сталості магнітної проникності при змінах напруженості поля, покращує температурну стабільність, а також підвищує електричний опір. Сплави з міддю добре піддаються механічній обробці.

Сплави заліза з кобальтом, які носять назву пермендюрів, відрізняються високою індукцією насичення. Важливою перевагою пермендюрів є висока точка Кюрі. В таких сплавах як правило міститься 35 - 50% кобальту. Для поліпшення технологічних властивостей ці сплави легуються ванадієм або хромом.

Застосування залізо-кобальтових сплавів дозволяє значно зменшити габарити і масу магнітних підвісів. Однак з огляду на високу ціну та дефіцитність кобальту ці сплави доцільно застосовувати в магнітних підвісах, які працюють при великому значенні індукції в зазорі і в області високих температур. Також потрібно враховувати, що в змінних полях підвищеної частоти залізо-кобальтові сплави ведуть себе гірше ніж електротехнічні сталі, так як володіють більшими втратами на гістерезис і вихрові струми.

Високі магнітні властивості також можуть бути отримані у сплавів заліза з алюмінієм (альсифера). Основними перевагами таких сплавів з точки зору використання їх в магнітних підвісах є високий питомий електричний опір, який в 2-3 рази вищий ніж у пермалою, і відносно мала залежність магнітних властивостей від механічних напружень [1,2].

## **1.2 Класифікація магнітних підвісів**

В даний час відомо досить велике число конструктивних і схемних виконань електромагнітних підвісів, які можуть бути класифіковані за найрізноманітнішими ознаками. Всі електромагнітні підвіси можна розділити на дві великі групи - регульовані і нерегульовані підтримуючим силовим полем.

Табл.1.1. Типи електромагнітних підвісів

Електромагнітні підвіси									
Нерегульовані підвіси						Підвіси з авторегулюванням			
На постійних магнітах	На електромагнітах постійного струму	Діамагнітні	Надпровідні	Індукційні	Кондукційні	Активні магнітні підвіси	Пасивні магнітні підвіси	Активні електростатичні підвіси	Пасивні електростатичні підвіси
Поєднані						Комбіновані магнітні підвіси		Комбіновані електростатичні підвіси	

Магнітні підвіси на постійних магнітах є найпростішим типом опор, в яких використовуються магнітні сили, але так як вони не дозволяють здійснити стійке просторове зважування, тому їх часто застосовують спільно з опорами регульованого типу. Магнітні підвіси з нерегульованими магнітами постійного струму принципово не відрізняються від магнітних підвісів на постійних магнітах, але дозволяють розвинути велику навантажувальну здатність.

Найпростіший магнітний підвіс з постійними магнітами складається з наступних частин:

- 1) рухомий елемент;
- 2) постійний магніт;
- 3) нерухомий постійний магніт;
- 4) датчик осьового переміщення;
- 5) блок електроніки;
- 6) регулятор;



- 7) датчик струму електромагніту;
- 8) суматорна ланка;
- 9) підсилювач потужності;
- 10) котушка електромагніту.

Схема такого підвісу зображена на рис 1.1.

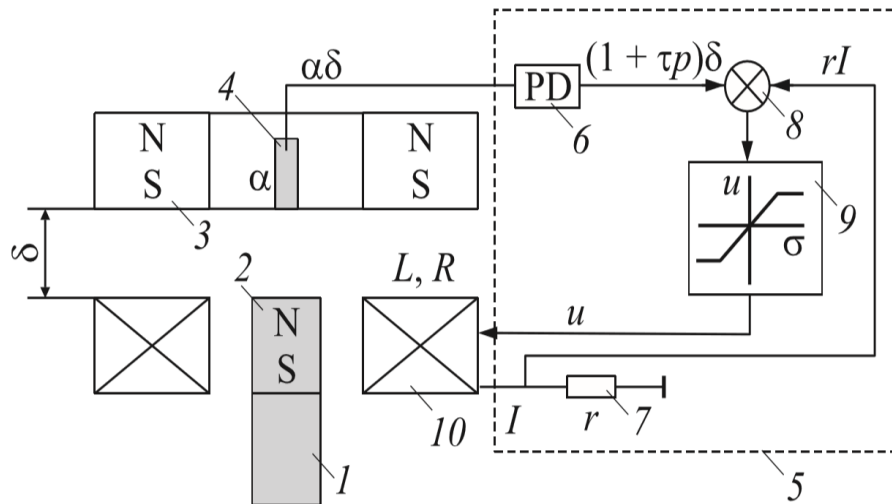


Рис.1.1. Схема магнітного підвісу з постійними магнітами

Діамагнітні підвіси в даний час знаходять вкрай обмежене застосування через малу величину під'ємної сили навіть при використанні кращих сучасних діамагнітних матеріалів.

Робота надпровідних (кріогенних) підвісів заснована на явищі виштовхування магнітних силових ліній надпровідними тілами. Можливість практичного застосування цих підвісів визначається рівнем розвитку кріогенної техніки.

Індукційні опори засновані на використанні силової взаємодії, що наводиться змінним магнітним полем в провідному середовищі вихрових струмів з збудженим полем. Мала вантажопідйомність і значні збурюючі моменти є істотним недоліком цих підвісів.

Підвіси кондукційного типу прості за конструкцією і відрізняються високою здатністю до навантаження. Принцип їх дії заснований на використанні сили, що діє на провідник зі струмом, який поміщений в магнітне поле. Істотним недоліком, який обмежує застосування кондуктивних підвісів, є необхідність передачі струмів безпосередньо на вивішене тіло.

Магнітні підвіси з авторегулюванням класифікуються залежно від способу управління напруженістю магнітного поля. Пасивні схеми використовують резонансні властивості електричних ланцюгів, причому найбільше розповсюдження до останнього часу мала вже класична схема магнітно-резонансного підвісу з використанням явища резонансу напруги в послідовному LC- контурі.

Активні магнітні підвіси потребують використання спеціального електронного блоку зовнішнього зворотного зв'язку, але у зв'язку з останніми досягненнями в мікроелектроніці ця обставина є все меншим і меншим стримуючим фактором при їх використанні. Очевидною перевагою активних схем є можливість досягнення більш ефективного регулювання зважуваного поля і покращення силових характеристик.

Іноді знаходять застосування комбіновані підвіси, які засновані на пасивних схемах регулювання. Для підвищення ефективності створення сил один з параметрів підвісу (напруга, фаза, частота) автоматично регулюється на підставі інформації про положення вивішеного тіла, що знімається з самого підвісу. До комбінованих магнітних підвісів відносяться і такі багатовісні системи, де зважування по одним осям здійснюється пасивними схемами, а по іншим з тих чи інших причин – активними.

Аналогічною є класифікація регульованих підвісів, які використовують силові властивості електричного поля. За такими опорами в літературі утвердилась назва електростатичних підвісів, що не зовсім точно характеризує систему, так як саме в статичному полі електричних зарядів неможливий стійкий підвіс згідно теоремі Ірншоу [1,2,4].

### **1.3 Різновиди датчиків у магнітному підвісі**

Датчик - це елемент вимірювального, сигнального, регулюючого або керуючого пристрою, що перетворює контрольовану величину (температуру, тиск, частоту, силу світла, електричну напругу, струм та інше) в сигнал, зручний для вимірювання, передачі, зберігання, обробки, реєстрації, а іноді і для впливу

на керовані процеси. Якщо простіше, то датчик - це пристрій, що перетворює вхідний вплив будь-якої фізичної величини в сигнал, зручний для подальшого використання.

За принципом дії датчики вимірювання переміщення і положення поділяють на такі типи:

**1.3.1 Індуктивні датчики.** У датчику розміщена котушка індуктивності, за допомогою якої проводиться контроль над зміною характеристик магнітного поля, пов'язаного з потраплянням металевих об'єктів в робочу зону датчика. Індуктивні датчики відносяться до конструктивно простих, надійних і недорогих. Працюють тільки з металевими об'єктами на невеликих відстанях, зазвичай не перевищують кілька сантиметрів.

Індуктивний датчик-це перетворювач параметричного типу, принцип дії якого заснований на зміні індуктивності  $L$  або взаємодукції обмотки з осердям, внаслідок зміни магнітного опору  $R_m$  магнітного ланцюга датчика, в який входить сердечник.

Широке застосування індуктивні датчики знаходять в промисловості для вимірювання переміщень і покривають діапазон від 1 мкм до 20 мм. Також їх можна використовувати для вимірювання тисків, сил, рівнів витрати газу і рідини і т. д. У цьому випадку вимірюваний параметр за допомогою різних чутливих елементів перетворюється в зміну переміщення і потім ця величина підводиться до індуктивного вимірювального перетворювача.

У разі вимірювання тисків, чутливі елементи можуть виконуватися у вигляді пружних мембран, сильфонів, і т. д. Використовуються вони і в якості датчиків наближення, які служать для виявлення різних металевих і неметалевих об'єктів безконтактним способом за принципом так чи ні.

Переваги індуктивних датчиків:

- 1) простота і міцність конструкції, відсутність ковзних контактів;
- 2) можливість підключення до джерел промислової частоти;
- 3) відносно велика вихідна потужність (до десятків Ватт);
- 4) значна чутливість.

Недоліки індуктивних датчиків:

- 1) точність роботи залежить від стабільності напруги живлення за частотою;
- 2) можлива робота тільки на змінному струмі.

**1.3.2 Ємнісні датчики.** Переміщення контрольованого об'єкта відстежується по зміні ємності конденсатора при попаданні об'єкта в область його повітряного діелектрика. Мають високі показники чутливості, мають невеликі розміри і вагу, відрізняються простотою виготовлення, невеликою вартістю, довговічністю, легко адаптується до нових умов застосування.

Області застосування ємнісних датчиків:

1. Можливі області застосування ємнісних датчиків надзвичайно різноманітні. Вони використовуються в системах регулювання і управління виробничими процесами майже у всіх галузях промисловості.

2. Ємнісні датчики застосовуються для контролю заповнення резервуарів рідкими, порошкоподібними або зернистими речовинами, як кінцеві вимикачі на автоматизованих лініях, конвеєрах, обробних центрах, верстатах, в системах сигналізації, для позиціонування різних механізмів.

В даний час найбільш широкого застосування набули датчики наближення (присутності), які крім своєї надійності, мають широкий ряд переваг. Вони досить дешеві, охоплюють величезний спектр спрямованості по своєму застосуванню в усіх галузях промисловості. Типовими областями використання ємнісних датчиків цього типу є:

- 1) сигналізація заповнення ємностей з пластику або скла;
- 2) контроль рівня заповнення прозорих упаковок;
- 3) сигналізація обриву намотаного дроту;
- 4) регулювання натягу стрічки;
- 5) поштучний рахунок будь-якого виду та інші

Ємнісні датчики лінійних і кутових переміщень є найбільш поширеними приладами, які використовуються в машинобудуванні і на транспорті, будівництві та енергетиці, та в різних вимірювальних комплексах.

Ємнісні датчики також застосовуються в різних галузях промисловості для вимірювання абсолютного та надлишкового тиску, товщини діелектричних матеріалів, вологості повітря, деформації, кутових і лінійних прискорень та інші. Ємнісні датчики мають багато переваг порівняно з датчиками інших типів:

- 1) простота виготовлення, використання недорогих матеріалів для виробництва; малі габарити і вага;
- 2) низьке споживання енергії; висока чутливість;
- 3) відсутність контактів;
- 4) довгий термін експлуатації;
- 5) потребують дуже малі зусилля для переміщення рухомої частини ємнісного датчика;
- 6) простота пристосування форми датчика до різних завдань і конструкцій;

До недоліків ємнісних датчиків слід віднести:

- 1) порівняно невеликий коефіцієнт передачі (перетворення);
- 2) високі вимоги до екранування деталей;
- 3) необхідність роботи на підвищеній (у порівнянні з 50 Герц) частоті;

У більшості випадків можна домогтися достатнього екранування за рахунок конструкції датчика, а практика показує, що ємнісні датчики дають хороші результати на широко поширеній частоті 400 Герц.

Ємнісні датчики відрізняються своєю простотою, що дозволяє створювати міцні і надійні конструкції. Параметри конденсатора залежать тільки від геометричних характеристик і не залежать від властивостей використовуваних матеріалів, якщо їх правильно підібрати. Отже, можна знехтувати впливом температури на зміни площі поверхні і відстані між обкладинками, правильно підбираючи марку металу для обкладок і ізоляцію для їх кріплення. Залишається лише захищати датчик від тих факторів навколишнього середовища, які можуть погіршити ізоляцію між обкладинками, від пилу, корозії, вологості, іонізуючої радіації.

Цінні якості ємнісних датчиків - мала величина механічного зусилля, необхідного для переміщення його рухомої частини, можливість регулювання

виходу стежить системи і висока точність роботи. Таким чином ємнісні датчики є незамінними в приладах, в яких допускаються похибки лише в соті і навіть тисячні частки відсотка.

**1.3.3 Оптичні датчики.** До складу датчика входить випромінювач і приймач. Непрозорий об'єкт, потрапляючи між випромінювачем і приймачем, перекриває світловий промінь, що відразу ж фіксується приймачем і відправляється відповідний сигнал в систему управління. Як варіант, приймач і випромінювач можуть перебувати всередині одного корпусу. Тоді для відображення променю світла використовується спеціальний відбивач. На відміну від ємнісних і індуктивних, оптичні датчики можуть працювати на великій відстані до об'єкта (до 100 м). Часто їх застосовують в якості далекомірів, для визначення відстані до досліджуваного предмета. При цьому приймач приймає розсіяне від поверхні предмета випромінювання.

В індуктивних, ємнісних, оптичних пристроях відсутній безпосередній контакт механічного плану між предметом і сенсором, тому їх відносять до категорії безконтактних датчиків. Дана властивість є важливою і дуже корисною при облаштуванні автоматизованих систем [7,8].

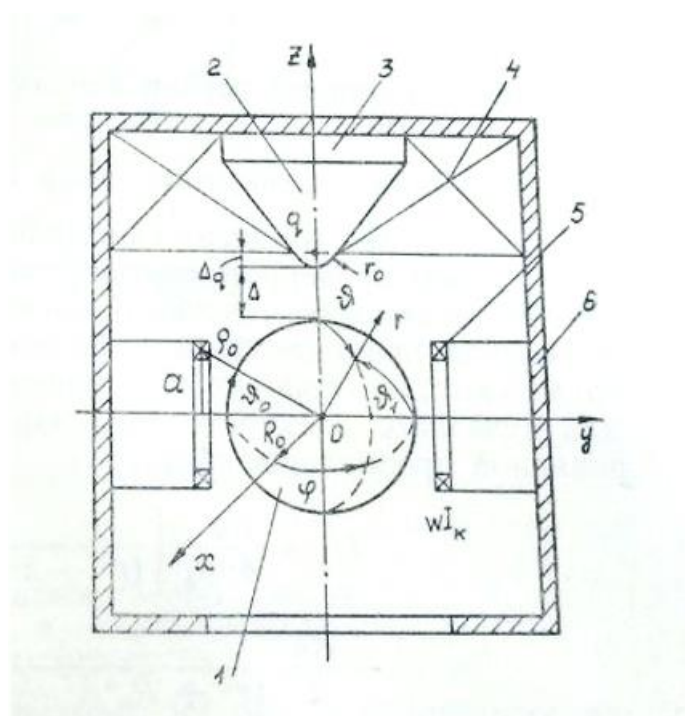
## Розділ II

### Математична модель магнітного підвісу

#### 2.1 Модель магнітної системи

В прецизійному приладобудуванні [15,16], для отримання малого рівня шкідливих моментів використовується магнітний підвіс чутливого елементу з феромагнітним якорем сферичної або кульової форми в регульованому магнітному полі осе-симетричного електромагніту з циліндричним або конусоподібним сердечником, який має сферичне закруглення. Магнітне поле для отримання під'ємної сили електромагніту створюється або струмом в його котушці, або з метою зниження енергоспоживання, постійним магнітом, встановленим в розрізі сердечника. На рис. 2.1 представлено схему магнітної системи, яка складається з наступних елементів:

- 1) сферичний феромагнітний якір чутливого елементу;
- 2) феромагнітний сердечник електромагніту з півсферичним закругленням;
- 3) постійний магніт з осьовою намагніченістю;
- 4) котушка електромагніту;
- 5) демпферні котушки;
- 6) зовнішній магнітний екран підвісу;



### Рис.2.1. Магнітна система підвісу.

Стійкість магнітного підвісу по вертикалі забезпечується системою стабілізації [11,17], яка регулює струм електромагніту при відхиленнях чутливого елемента від рівноважного положення. Центрування чутливого елемента в горизонтальній площині здійснюється завдяки максимуму поля магнітної системи на осі симетрії, при цьому жорсткість центрування тим більша, чим менші радіуси якоря і сферичного закруглення сердечника. Для забезпечення ефективного згасання горизонтальних коливань чутливого елемента використовують демпферні котушки, осі яких розміщені в горизонтальній площині по двом взаємно перпендикулярним напрямкам. Поле демпферних котушок взаємодіючий з намагніченим якорем чутливого елемента, створює сили, пропорційні швидкості його горизонтальних переміщень. Для керування струмом котушок використовується інформація з датчиків цих переміщень.

Складність геометрії магнітної системи підвісу ускладнює розрахунок сил і їх залежності від параметрів електромагніту через магнітну проникність повітряного зазору, як це зазвичай це робиться в електротехніці, що в свою чергу, ускладнює розрахунок і аналіз роботи системи стабілізації і демпфування магнітного підвісу, проектування приладу в цілому. Чисельний розрахунок [18] силових характеристик ЕМ потребує значного часу при програмуванні, а визначення поля і сил демпферних котушок чисельними методами зустрічають більше ускладнень через необхідність рішення тривимірної крайової задачі.

Розглянемо сили, що діють на сферичне феромагнітне тіло в осесиметричному магнітному підвісі зі сторони електромагніту і демпферних котушок, якщо поле електромагніту буде знаходитись близько до поля точкового магнітного заряду. Застосування в магнітних підвісах феромагнітних матеріалів з достатньо великою магнітною проникністю і малим гістерезисом, які не досягають насичення в робочих режимах, дозволяє провести аналогію з електростатикою, а наявність сферичної геометрії – використовувати при розв'язанні такої задачі відомі методи класичної електродинаміки.



Для розрахунку сили  $\vec{F}$ , діючої на феромагнітне тіло з нескінченною магнітною проникністю зі сторони магнітного поля з індукцією  $\vec{B}$ , використовується вираз [19]

$$\vec{F} = \frac{1}{2\mu_0} \oint_s B^2 \vec{n} ds, \quad (2.1)$$

де  $\vec{n}$  - одиничний вектор зовнішньої нормалі до поверхні  $S$  тіла;  $ds$  - її елемент;  $\mu_0$  - магнітна проникність вакууму.

Індукція магнітного поля  $\vec{B}$  поза його джерел може бути виражена через градієнт скалярного потенціалу  $U$  [20]:

$$\vec{B} = \mu_0 \nabla U.$$

Потенціал феромагнітної сфери з зовнішнім радіусом  $R_0$  в полі гіпотетично точкового магнітного заряду  $q$  при прагненні її магнітної проникності до нескінченності з точністю до постійного множника співпадає з рішенням [21] електростатичної задачі для точкового електричного заряду, розміщеного поблизу ізольованої провідної сфери:

$$U_1 = \frac{q}{4\pi\mu_0} \left[ \frac{1}{(r^2 + \xi^2 - 2r \cos \theta)^{1/2}} + \frac{R_n}{\xi r} - \frac{R_n}{\xi} \cdot \frac{1}{(r^2 + R_0^4 / \xi^2 - 2(R_0^2 / \xi) r \cos \theta)^{1/2}} \right],$$

де  $\xi$  - відстань від центру сфери до заряду;  $r, \xi, \theta$  - сферичні координати точки простору поза сферою в системі координат з полярною віссю  $z$  (рис 2.1)

На поверхні феромагнітної сфери індукція магнітного поля має тільки радіальну компоненту

$$B_1 = -\mu_0 \int_{r=R_0} \frac{\partial U_1}{\partial r} = \frac{q}{4\pi R_0^2} \left[ \frac{1 - \xi'^2}{(1 + \xi'^2 - 2 \cos \theta)^{3/2}} + \frac{1}{\xi'} \right], \quad (2.2)$$

де

$$\xi' = \xi / R_0.$$

Підстановка (2.2) в (2.1) і обчислення інтегралу дає аналітичний вираз сили, яка направлена по осі  $z$  і дорівнює в рівноважному положенні вазі чутливого елементу:

$$F_z = \frac{q^2}{4\pi\mu_0 R_0^2} \cdot \frac{2\xi'^2 - 1}{\xi'^3 (\xi'^2 - 1)^2} - mg. \quad (2.3)$$

При експериментальних дослідженнях магнітного підвісу, з параметрами: 1) радіус заокруглення сердечника  $r_0 = 5$  мм, 2) радіус сфери  $R_0 = 42$  мм, 3) при масі чутливого елементу:  $m_1 = 1.75$  кг;  $m_2 = 1.36$  кг;  $m_3 = 1.06$  кг були зняті на діючому магнітному підвісі силові характеристики у вигляді залежності величини рівноважного струму  $I$  електромагніту від зазору  $\Delta$  між сферою і сердечником для вказаних мас чутливого елементу, показано точками на рис.2.2. Апроксимація експериментальних даних аналітичною залежністю (2.3) проводились методом найменших квадратів після представлення величин  $q, \xi'$  у вигляді:

$$q = xI + q_0; \xi' = 1 + \delta + \varepsilon,$$

де  $q_0$  - величина заряду, який визначається постійним джерелом магнітного поля;  $x$  - коефіцієнт пропорційності між зміною заряду і струму;  $\delta = \Delta_q / R_0$  - відносні величини зазору  $\Delta$  і фіксованої відстані  $\Delta_q$  до заряду від поверхні заокруглення сердечника.

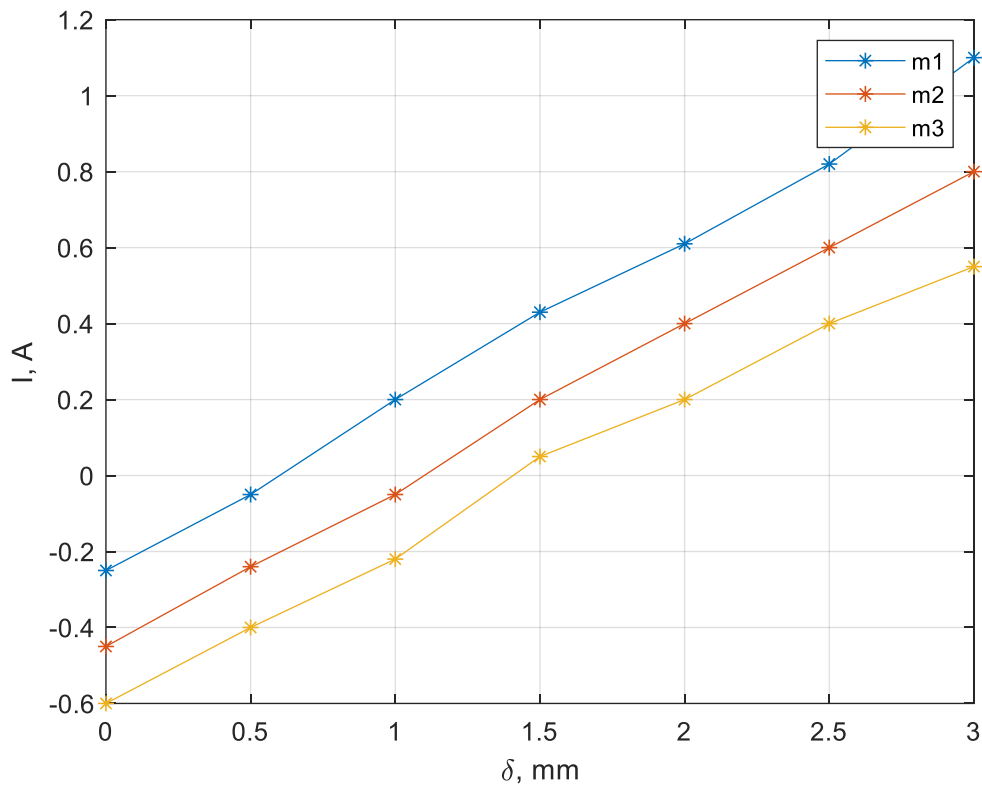


Рис.2.2. Залежність струму електромагніту від зазору між сферою і сердечником.

Результати апроксимації зображені на рис.2.2 суцільними лініями при наступних параметрах моделі:  $x = 7.3 \cdot 10^{-5} \text{ H} \cdot \text{м} / \text{A}^2$ ;  $q_0 = 1.3 \cdot 10^{-4} \text{ H} \cdot \text{м} / \text{A}$ ;  $\varepsilon = 8.2 \cdot 10^{-2}$ , характеризуючи якісну ідеалізацію ЕМ точковим магнітним зарядом, розташованим поблизу феромагнітної сфери з нескінченною магнітною проникністю.

Така модель дозволяє визначати жорсткість  $c$  центрування чутливого елемента через частоту  $f$  незгасаючих коливань математичного маятника з точкою підвісу в місці розташування магнітного заряду і масою чутливого елемента, яка знаходиться приблизно в центрі феромагнітної сфери

$$\left[ f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{g / \xi}; c = (2\pi f)^2 m \right],$$

а розрахунок максимальної індукції  $B_{1m}$  поля в зазорі по формулі (2.2) при  $\theta = 0$  – щоб контролювати ступінь насичення феромагнітних матеріалів сфери і сердечника.

Можна відмітити, що з достатньою точністю можна вважати заряд розміщеним в центрі напівсферичного закруглення сердечника електромагніту. В цьому випадку для знаходження параметрів  $x, q_0$  достатньо знати залежність врівноваженого струму від маси ЧЕ при фіксованому зазорі.

Визначення сил, діючих на сферу зі сторони демпферних котушок, проводиться з використанням розглянутої моделі магнітного підвісу і в припущенні, що котушки можуть бути представлені кільцевими контурами з відповідними ампер-витками, а відстань до зовнішнього магнітного екрану достатньо велике. Скалярний потенціал на осі  $y$  однієї котушки радіусом  $a$  з центром в точці  $y_0$  і числом ампер-витків  $wl_k$  може бути представленою у вигляді [20]:

$$U_y = -\frac{wl_k}{2} \sin^2 \theta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{y}{\rho_0}\right)^n \frac{P'_n(\cos \theta_0)}{n},$$

де  $\theta_0 = \arcsin \alpha / \rho_0$ ;  $\rho_0 = (a^2 + y^2)^{1/2}$ ;  $P'_n(\cos \theta_0)$  - похідна поліному Лежандра:

$$P'_n(\cos \theta_0) = \frac{dP_n(\cos \theta_0)}{d \cos \theta_0} = \frac{n}{\sin^2 \theta_0} [P_{n-1}(\cos \theta_0) - \cos \theta_0 - P_n(\cos \theta_0)]$$

Потенціал в довільній точці простору [21] утворюється заміною декартової координати  $y$  на сферичну  $r$  і множенням кожного з членів суми на відповідний по номеру поліном Лежандра  $P_n(\cos \theta_0)$ , де  $\theta_1$  - кут між радіусом-вектором  $r$  і віссю  $y$  котушки. При додаванні потенціалів двох ідентичних котушок зі струмом одного напрямлення, розміщених симетрично відносно початку координат, залишаються тільки непарні гармоніки, таким чином потенціал котушок в відсутності сфери рівний

$$U = -wl_k \sin^2 \theta_0 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{\rho_0}\right)^{2n+1} \frac{P'_{2n+1}(\cos \theta)}{2n+1} P_{2n+1}(\cos \theta_1).$$

Потенціал  $U_2$  поля котушок при наявності сфери знаходиться у вигляді суперпозиції вихідного потенціалу  $U$  і потенціалу поля збурення, задовольняє рівняння Лапласа і поступово зникає в нескінченності:

$$U_2 = U + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{r^{n+1}} P_n(\cos \theta_1),$$

коефіцієнти  $b_n$  якого при нескінченно великій магнітній проникності сфери

знаходиться з крайової умови  $\left[ \int_{r=R_0} U_2 = \text{const} \right]$

І рівні:

$$b_{2n} = 0, b_{2n+1} = w l_k \frac{R_0^{4n+3}}{\rho_0^{2n+1}} \cdot \frac{\sin^2 \theta_0}{2n+1} P_{2n+1}'(\cos \theta_0),$$

отже,

$$U_2 = -w l_k \sin^2 \theta_0 \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{R_0}{\rho_0} \right)^{2n+1} \left[ \left( \frac{r}{R_0} \right)^{2n+1} - \left( \frac{R_0}{r} \right)^{2n+2} \right] \frac{P_{2n+1}'(\cos \theta_0)}{2n+1} \cdot P_{2n+1}(\cos \theta_1).$$

Індукція магнітного поля на поверхні сфери від демпфуючих котушок зі струмом також має тільки радіальну компоненту

$$B_2 = -\mu_0 \int_{r=R_0} \frac{\partial U_3}{\partial r} = \frac{\mu_0 w l_k}{R_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4n+3}{(\rho_0 / R_0)^{2n+1}} P_{2n+1}(\cos \theta_1) \times \\ \times [P_{3n}(\cos \theta_n) - \cos \theta_0 P_{3n+1}(\cos \theta_0)];$$

сумарна індукція магнітного поля на поверхні сфери визначається за принципом суперпозиції:  $B = B_1 + B_2$ . Підстановка сумарної індукції в формулу (2.1) і розв'язок інтегралу дозволяє визначити горизонтальні сили, діючі на феромагнітну сферу зі сторони демпферних котушок. В силу симетрії системи

$$\left[ \oint_s B_1^2 \vec{n} ds \right] = 0,$$

$$\left[ \oint_s B_2^2 \vec{n} ds \right] = 0,$$

тому горизонтальні сили визначаються виразом

$$F_{\frac{x}{y}} = \frac{1}{\mu_0} \oint_s (\vec{B}_1 \vec{B}_2) \vec{n} ds = \frac{q w l_k}{4\pi R_0} - \sum_{n=0}^{\infty} F_n$$

або з урахуванням виразу заряду з формули (3)

$$F_{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{\pi \mu_0 m g}}{2\pi} w l_k \xi' (\xi'^2 - 1) \sqrt{\frac{\xi'}{2\xi'^2 - 1}} \sum_{n=0}^{\infty} F_n, \quad (2.4)$$

Де

$$F_n = \frac{4n+3}{2n+1} \left( \frac{R_0}{\rho_0} \right)^{2n+1} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \left[ \frac{1 - \xi'^2}{1 + \xi'^2 - 2\xi'^2 \cos(\theta)}^{3/2} + \frac{1}{\xi'^2} \right] \times \\ [P_{2n}(\cos \theta_0) - \cos \theta_0 P_{2n+1}(\cos \theta_0)] \cdot P_{2n+1}(\cos \theta_1) \cdot \sin^2 \theta d\theta d\varphi.$$

Перші три члени розкладання (2.4) рівні

$$F_0 = \frac{4\pi R_0}{\rho_0} \sin^2 \theta_0 \frac{1}{\xi'^3};$$

$$F_1 = \frac{3\pi R_0^3}{\rho_0^3} \sin^2 \theta_0 (5\cos^2 \theta_0 - 1) \frac{\xi'^2 - 1}{\xi'^5};$$

$$F_2 = -\frac{15\pi}{16} \frac{R_0^5}{\rho_0^5} \sin^2 \theta_0 (63\cos^4 \theta_0 - 42\cos^2 \theta_0 + 3) \frac{\xi'^2 - 1}{\xi'^7}. \quad (2.5)$$

Величини  $F_n$  швидко спадають зі збільшенням номеру  $n$  так як  $R_0 / \rho_0 < 1$  ;  $\xi / R_0 > 1$ , тому при оцінці величини  $F_{\frac{x}{y}}$  можна враховувати лише перший член розкладання (2.4) і записати

$$F_{\frac{x}{y}} \approx \frac{2R_0}{\rho_0} \sqrt{\pi \mu_0 m g} w l_k \sin^2 \theta_0 \frac{\xi'^2 - 1}{\xi'^2} \sqrt{\frac{\xi'}{2\xi'^2 - 1}}. \quad (2.6)$$

З виразів (2.4)-(2.6) можна зробити висновок, що горизонтальні сили визначаються вагою чутливого елементу, числом витків демпферних котушок і геометрією магнітної системи [12].

## **2.2 Математична модель рівнянь руху**

### **2.2.1 Рівняння руху і умови стійкості магнітного підвісу**

Спроба оцінити область тяжіння стану рівноваги в магнітному підвісі з двома співвісними електромагнітами при врахуванні нелінійності силових характеристик зроблена в роботі [22]. В припущенні, що виконавча ланка САУ є безінерційною, корекція по швидкості ідеальна і немає обмежень струму електромагніту, визначається область можливого існування нестійкого граничного циклу на фазовій площині. Функціональна схема магнітного підвісу, що складається з елементів:

- 1) вивішене тіло;
- 2) електромагніт;
- 3) підсилювач постійного струму;
- 4) інерційна ланка корекції;
- 5) датчик положення;
- 6) елемент порівняння;

представлений на рис. 2.3.

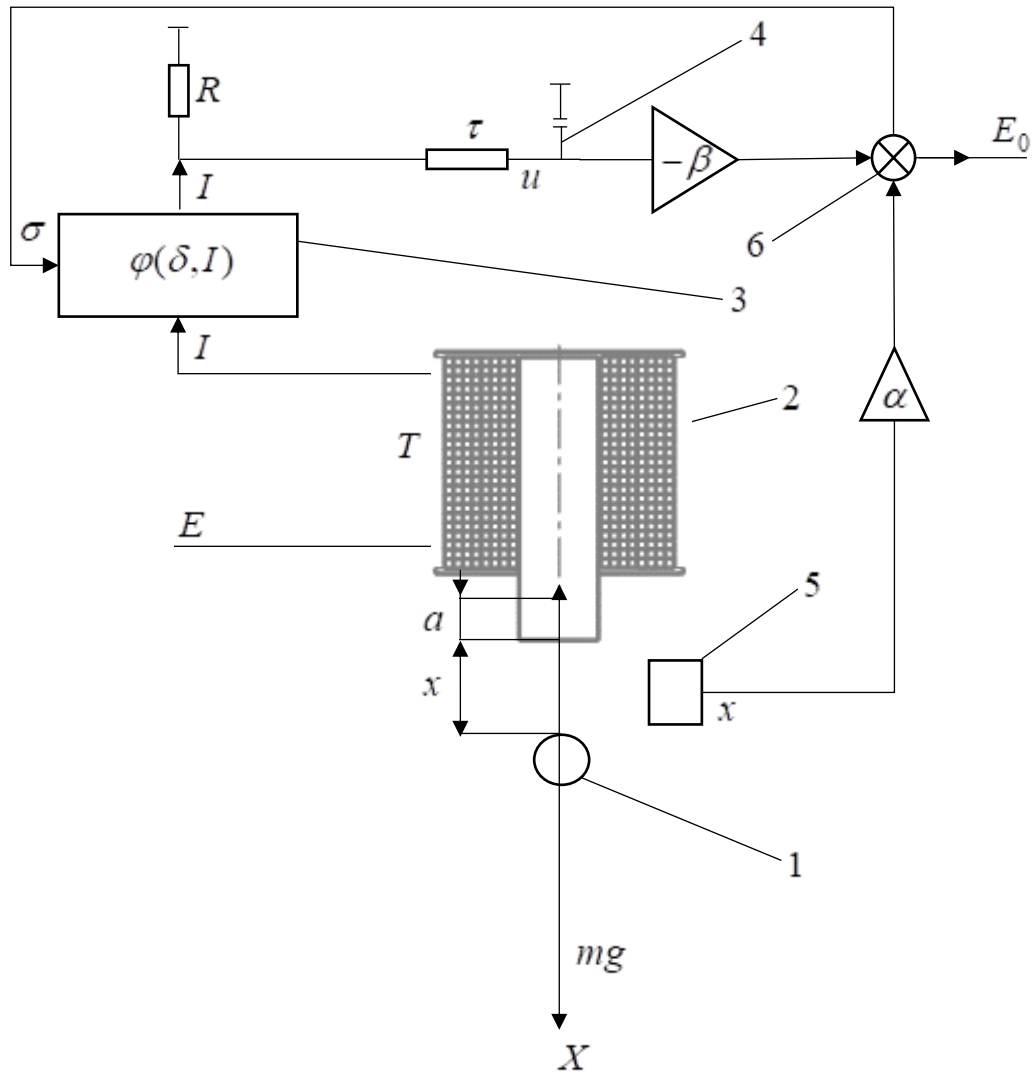


Рис. 2.3. Функціональна схема магнітного підвісу

У відповідності з функціональною схемою динаміка магнітного підвісу описується наступною системою рівнянь

$$\begin{aligned}
 m \frac{d^2 x}{dt^2} + f(x, I) - mg &= 0, \\
 T \frac{dI}{dt} + I + \frac{\varphi(\sigma, I) - E}{r} &= 0, \\
 \tau \frac{du}{dt} + u - RI &= 0, \quad \sigma = \alpha x - \beta u - E_0,
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

де  $x$  – зазор між сердечником електромагніту і тілом,  $I$  – струм в електромагніті,  $u$  – напруга на виході інтегруючої ланки,  $\sigma$  – сигнал неузгодженості між заданим впливом  $E_0$  на вході підсилювача постійного струму і сигналом  $\alpha x - \beta u$  від датчика положення і ланки корекції ( $\alpha$  – чутливість датчика,  $\beta$  – коефіцієнт



підсилення в ланці зворотного зв'язку),  $m$ -маса тіла,  $T = L/r$  – постійна часу електромагніту, ( $L, r$  – індуктивність і омичний опір електромагніту),  $E$  – ЕРС. джерела живлення вихідного каскаду підсилювача постійного струму,  $\tau$  – постійна часу інтегрованої ланки,  $R$  – опір зворотного зв'язку в ланці струму  $I$ .

Функція  $f(x, I)$  характеризує силову характеристику електромагніту,  $\varphi(\sigma, I)$  - напруга в колекторі (аноді) вихідного каскаду підсилювача постійного струму. Якісний вид сімейства  $f(x, I)$  при  $I = \text{const}$  приведений на Рис.2.4 пунктиром.

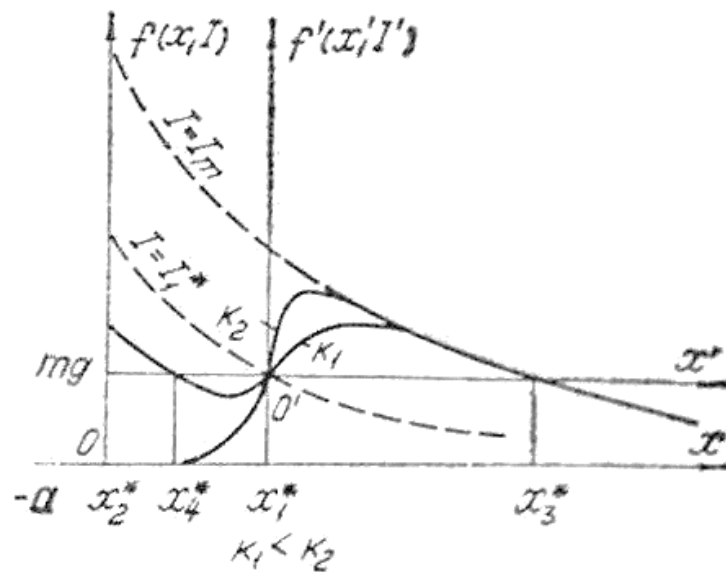


Рис.2.4. Силові характеристики САУ

Стан рівноваги магнітного підвісу визначається розв'язком системи (2.7) коли похідні дорівнюють нулю. В відсутності регулювання ( $\alpha = 0$ ) в системі існує два стани рівноваги:

- 1) нестійке, координати якого визначаються із співвідношень

$$(x_1^*, I_1^*) = mg, \quad I_1^* = I(F_0), \quad u_1^* = RI_1^*$$

- 2) стійке  $x_2^* = 0, \quad I_2^* = I(Y_0), \quad u_2^* = RI_2^*$  відповідне прилипанню тіла біля сердечника електромагніту.

Задачею САУ є забезпечення стійкості стану рівноваги  $x_1^*, I_1^*, u_1^*$ , поміщаючи початок відліку координат в точку  $x_1^*, I_1^*, u_1^*$ , вводячи безрозмірні змінні

$$\begin{aligned}
x' &= \frac{x - x_1^*}{x_1^* + \alpha}; \\
I' &= \frac{I - I_1^*}{I_1^*}; \\
u' &= \frac{u - u_1^*}{u_1^*}; \\
\sigma' &= \frac{\sigma - \sigma_1^*}{u_1^*}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

і безрозмірний час  $t' = \frac{t}{t_0} (t_0 = \sqrt{\frac{x_1^* + \alpha}{g}})$ , систему (1) можна записати в

безрозмірному вигляді:

$$\begin{aligned}
\ddot{x}' + f'(x', I') - mg &= 0, & T\dot{I}' + I' + \varphi'(\sigma', I') &= 0, \\
\tau\dot{u}' + u' - I' &= 0, & \sigma' &= \alpha'x' - \beta'u',
\end{aligned}$$

$$\text{де } T' = \frac{T}{t_0}, \tau' = \frac{\tau}{t_0}, \alpha' = \frac{x_1^*}{u_1^*} \alpha, \beta' = \beta,$$

$$f'(x', I') = \frac{f(x', I') - mg}{mg}, \quad \varphi'(\sigma', I') = 1 + \frac{\varphi(\sigma', I') - E}{I_1^* r}$$

Умови стійкості стану рівноваги  $x_1^* = 0$ ,  $I_1^* = 0$ ,  $u_1^* = 0$ , можуть бути знайдені будь-яким з відомих методів. Оскільки для дослідження нелінійної моделі також необхідно знання меж області стійкості, знайдемо їх аналітичний вираз

Характеристичне рівняння лінеаризованої системи має вигляд

$$(T_0^2 p^2)[T_1 p + 1](\tau p + 1) + s\beta] + \chi s\alpha(\tau p + 1) = 0,$$

де  $T_0 = (-\int_0^{\frac{\partial f}{\partial x}})^{-1/2}$  - постійна часу об'єкту,  $T_1 = T(1 + \int_0^{\frac{\partial \varphi}{\partial I}})^{-1}$  - постійна часу

підсилювача постійного струму з електромагніту в навантаженні

$$s = \int_0^{\frac{\partial \varphi}{\partial \sigma}} (1 + \int_0^{\frac{\partial \varphi}{\partial I}})^{-1} - \text{крутизна постійного підсилювача струму, } \chi = \int_0^{\frac{\partial f}{\partial I}} (\int_0^{\frac{\partial f}{\partial x}})^{-1}.$$

Параметри  $T_0, T_1, s, \chi$  конструктивно задані, а параметри  $\tau, \alpha, \beta$  можна змінювати на потрібні нам, тому доцільно знайти область стійкості в просторі останньою, наприклад, на площині  $\alpha, \beta$ . Користуючись методом D-розбиття [23], неважко показати, що область стійкості існує при

$$0 < \tau < \frac{T_0^2}{2T_1} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4T_1^4}{T_0^2}} \right) \quad (2.9)$$

і обмежуються пів прямими (рис. 2.5)  $\beta = \frac{T_1 \tau^2 \chi}{(T_1 + \tau) T_0^2} \alpha + \frac{T_1}{s} \left( \frac{1}{\tau} + \frac{\tau}{T_0^2} \right)$  при

частоті  $\omega \neq 0, \beta = \chi \alpha - \frac{1}{s}$  при частоті  $\omega = 0$  пересічними в точці  $\alpha = \frac{T_1 + \tau}{\tau \chi s},$

$\beta = \frac{T_1}{\tau s}$ . Зокрема, система стійка при  $\alpha, \beta \rightarrow \infty$ , якщо статичний коефіцієнт

передачі від координати  $x$  до  $I$ .

$$k = \frac{\alpha s}{1 + \beta s} \approx \frac{\alpha}{\beta} \text{ задовольняє нерівність}$$

$$\frac{1}{x} < k < \frac{(T_1 + \tau) T_0^2}{x T \tau^2} \quad (2.10)$$

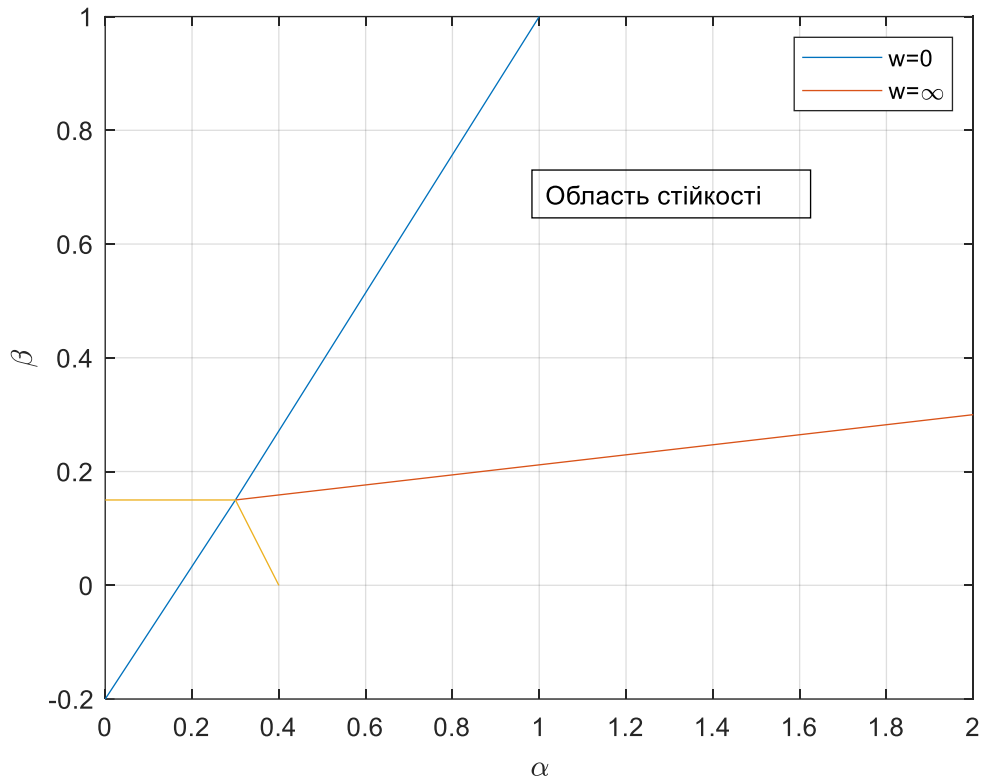


Рис. 2.5. D-розклад площини параметрів  $\alpha, \beta$ .

Оскільки найкраща якість регулювання в системі досягається при параметрах, які знаходяться далеко від меж області стійкості, зі знайдених умов можна зробити висновок, що якість регулювання покращується зі зменшенням параметру  $T_1(T)$  і зі збільшенням параметрів  $\alpha, \beta$ .

При розгляді нелінійної моделі системи параметри  $T, \frac{1}{\beta}$  вважаються достатньо малими, а стан рівноваги  $x_1^*, I_1^*, u_1^*$  вважається стійким [11].

## 2.2.2 Дослідження динаміки нелінійної системи

Враховуючи обмеження на струм  $-1 \leq I \leq I_m$  в чотиривимірному фазовому просторі системи можна виділити наступні області:

Область  $I$  ( $I = -1$ ) обмеження  $I$  знизу, динаміка в якій описується рівняннями

$$\ddot{x} - 1 = 0, \quad \tau \dot{u} + u + 1 = 0; \quad (2.11)$$

Область II ( $-1 \leq I \leq I_m$ ), зміна  $I$ , рівняння в якій для комфорту розгляду напишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} \ddot{x} + f(x, I) &= 0 \quad T\dot{I} + I + \varphi(\sigma, I) = 0, \\ \frac{1}{\beta}(\tau\dot{\sigma} + \sigma) + I - k(\tau\dot{x} + x) &= 0, \end{aligned} \quad (2.12)$$

що досягається виключенням з рівнянь (4) координати  $u$  за допомогою співвідношення

$$u = kx - \frac{1}{\beta}\sigma \quad (2.13)$$

Область III ( $I = I_m$ ) обмеження  $I$  зверху, в якій система описується рівнянням

$$\ddot{x} + f(x, I_m) = 0, \quad \tau\dot{u} + u - I_m = 0 \quad (2.14)$$

Область II зміна  $I$  згідно до співвідношення (2.13) знаходяться у фазовому просторі системи між площинами.

$$u = kx - \frac{1}{\beta}\sigma_0 \quad u = kx - \frac{1}{\beta}\sigma_m$$

Відстань між якими по координаті  $u$  порядку  $\beta^2$

При достатньо малих  $\mu_1 = T$  і  $\mu_2 = \frac{1}{\beta}$  рух в області II можна розділити на швидкі і повільні [26]. Повільні рухи описуються рівнянням (2.12) при  $\mu_1 = \mu_2 = 0$ ,

$$\ddot{x} + f(x, I) = 0, \quad I + \varphi(\sigma, I) = 0, \quad I = k(\tau\dot{x} + x) \quad (2.15)$$

і відбуваються у фазовому просторі на площині

$$U = u - kx = 0$$

В області  $R$ , який визначається обмеженнями на  $I$  і на  $u$

$$-1 \leq I = k(\tau\dot{x} + x) \leq I_m, \quad -1 \leq u = kx \leq u_m = I_m$$

При цьому струм змінюється по навантажувальній прямій

Рівняння швидких рухів отримуються з рівнянь (8) при заміні в них часу  $t$  на «швидкий» час наприклад,  $t_6 = \frac{t}{\mu_1}$ ,

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt_6} &= \mu_1 \dot{x} \frac{d\dot{x}}{dt_6} = -\mu_1 f(x, I), \\ \frac{dI}{dt_6} &= -I - \varphi(\sigma, I), \quad \tau \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{d\sigma}{dt_6} + \mu_2 \sigma = k(\tau \dot{x} + x) - I,\end{aligned}\tag{2.16}$$

звідки прямує, що при швидких рухах можна вважати  $x = const$ ,  $\dot{x} = const$ , а швидко змінними є  $I, \sigma$  [11].

### 2.2.3 Лінеаризована модель магнітного підвісу

Дія системи стабілізації полягає в автоматичному додаванні або відніманні з сили тяжіння нерухомого постійного магніту сили електромагніту в залежності від змінних стану підвісу. Енергія, яка споживається системою стабілізації в процесі приведення рухомого електромагніту в стан рівноваги, залежить від закону керування. Її імітація на безлічі всіх стабілізуючих підвіс законів керування потребує рішення задачі оптимального керування, мінімізуючи функціонал від квадрату струму електромагніту  $I$ :

$$\min_{u(t)} J = \int_0^{\infty} I^2(t) dt.\tag{2.17}$$

Множення цього функціоналу на величину опору в ланці електромагніту дає величину споживаної підвісом енергії, що розсіюється у вигляді теплової. Метою дослідження являється знаходження оптимальних параметрів системи стабілізації підвісу, при яких функціонал (2.17) прийме мінімальне значення. В цьому випадку магнітний підвіс стає економічним не тільки в статичі, але й в динаміці.

Динаміка найпростішого магнітного підвісу, в якому враховуються тільки одна поступальна ступінь свободи вивішеного тіла і половина електричної

ступені свободи для електромагніту, підпорядковується в загальному випадку двом рівнянням

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 \delta}{dt^2} &= mg - F(\delta, I), \\ -\frac{d\Phi(\delta, I)}{dt} + RI &= u, \end{aligned} \quad (2.18)$$

Перше рівняння визначає зміну повітряного зазору  $\delta$  між рухомим елементом і масою  $m$  і основою підвісу під дією сили ваги  $mg$  і сили  $F(\delta, I)$  з боку магнітного поля. Друге - визначає зміну струму  $I$  електромагніту при зміні напруги, що подається на нього  $u$  і ЕРС-індукції, що виникає при змінах магнітного потоку  $\Phi(\delta, I)$  через поперечний переріз котушки електромагніту, яка має активний опір  $R$ .

Особливостями магнітного підвісу є:

- по-перше, відсутність споживання енергії електромагнітом в стані рівноваги

$$mg = F(\delta_0, I_0), \quad RI_0 = u_0, \quad (2.19)$$

в якому сила ваги  $mg$  рухомого елемента врівноважується силою тяжіння постійних магнітів  $F(\delta_0, I_0)$ , при номінальному повітряному зазорі  $\delta_0$  і нульових значеннях струму і напруги електромагніту  $I_0 = 0, u_0 = 0$ ;

- по-друге, як показано в [3], близькість до лінійних функціональних залежностей сили  $F(\delta, I)$  і магнітного потоку  $\Phi(\delta, I)$  електромагніту в досить широкому діапазоні змін зазору і струму

Розміщення початку координат фазового простору в стані рівноваги дозволяє описувати динаміку магнітного підвісу системою диференціальних рівнянь

$$m \frac{d^2 \delta}{dt^2} = -a\delta + bI + K \cdot w(t) \quad -b \frac{d\delta}{dt} + L \frac{dI}{dt} + RI = u(\delta), \quad (2.20)$$

яка доповнюється нелінійною залежністю вихідної напруги підсилювача потужності, що подається на електромагніт, близькою до кусочно-лінійної

$$u(\delta - \delta_0) = \begin{cases} +\bar{u} & \beta(\delta - \delta_0) \geq \bar{u} \\ \beta(\delta - \delta_0) & |\beta(\delta - \delta_0)| \leq \bar{u} \\ -\bar{u} & -\bar{u} \leq \beta(\delta - \delta_0) \end{cases} \quad (2.21)$$

і лінійною залежністю вхідної напруги підсилювача потужності

$$\delta - \delta_0 = [\alpha(\delta + \tau\dot{\delta}) - RI], \quad (2.22)$$

у вигляді сумарного сигналу від датчику зазору та струму електромагніту. Значення напруги зміщення  $\delta_0$  на вході підсилювача потужності підбирається з умов рівності нулю струму електромагніту у стані рівноваги (2.19). Параметри пропорційно-диференційного регулятора  $\alpha, \tau$  і підсилювача потужності системи стабілізації магнітного підвісу  $\beta$  вибираються перш за все з умов стійкості лінеаризованої системи (2.20)-(2.22) без урахування обмеження напруги на електромагніті. Ці умови задаються системою нерівностей

$$\alpha > \alpha_{\min}, \quad \tau > 0, \quad \beta > \beta_{\min} \quad (2.23)$$

Де мінімальні значення параметрів  $\alpha_{\min}, \beta_{\min}$  відповідають нульовій жорсткості магнітного підвісу [3,4,5,6].

#### 2.2.4 Система стабілізації магнітного підвісу

Більшість попередніх робіт по динаміці магнітного підвісу присвячено дослідженню стійкості системи стабілізації в малій околиці рівноважного стану по заданій структурній схемі, тобто аналізу характеристичного рівняння замкненої системи

$$Q(p) + \alpha(p) = 0 \quad (2.24)$$

При вибраному вигляді коефіцієнтів передатних функцій  $Q^{-1}(p)$  і  $\alpha(p)$ .

Розглянемо синтез оптимальної системи стабілізації магнітного підвісу, яка забезпечує асимптотичну стійкість системи. В якості критерію оптимальності розглядається мінімум інтегральної оцінки:



$$U = \int_0^{\infty} u^2 dt \quad (2.25)$$

перехідного процесу при збуреннях у вигляді довільних початкових умов.

Рівняння розімкненої системи стабілізації

$$Q(p)x_1 + u = 0 \quad (2.26)$$

є для функціоналу (2.25) рівнянням неголомного зв'язку. Мінімізація функціоналу (2.25) при наявності рівняння зв'язку (2.26) і крайових умов в фазовому просторі системи  $x_i(t_0) = x_{i_n}$ ,  $x_i(t_1) = 0$  при  $t_1 \rightarrow \infty$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , проводиться класичним методом варіаційного обчислення [24]. Даний метод полягає в знаходженні рішень рівнянь Ейлера – Пуассона

$$L'_u - \frac{d}{dt} L'_u = 0; L'_{x_1} - \frac{d}{dt} L'_{x_2} + \dots + (-1)^n \frac{d^n}{dt^n} L'_{x_{n+1}} = 0 \quad (2.27)$$

Відносно функції  $L = u^2 + \lambda [Q(p)x_1 + u]$ , яка визначається критерієм оптимальності (2.25), рівнянням зв'язку (2.26) і невизначеним множником Лагранжа  $\lambda$ . З першого рівняння системи (2.27) легко знаходиться невизначений множник Лагранжа  $\lambda = -2u$ . Друге рівняння, при умові, що  $Q(p)$  представляється поліномом

$$Q(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n,$$

від оператора диференціювання  $p = \frac{d}{dt}$ , перетворюється до вигляду

$$Q(p) \cdot Q(-p)x_1 = \Gamma(p) \cdot \Gamma(-p)x_1 = 0.$$

де  $\Gamma(p)$  - поліном Гурвіца, який задає характеристичне рівняння  $\Gamma(p) = Q(p) + \alpha^*(p) = 0$  замкненої системи, оптимальної за критерієм (2.25) коефіцієнтом передачі зворотного зв'язку  $\alpha^*(p) = \Gamma(p) - Q(p)$ .

Для розглянутої системи, фазові координати  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) пропорційні:  $x_1$  – переміщенню,  $x_2$  – швидкості переміщення вивішеного тіла по осі підвісу.  $x_3$  – струму електромагніту. Для більшості магнітних підвісів вивішене тіло як об'єкт регулювання описується нестійкою ланкою другого порядку з передатною функцією:

$$W(p) = \frac{x_1(p)}{x_3(p)} = -\frac{1}{p^2 - 1}.$$

Якщо в якості виконавчої ланки в системі стабілізації використовується електромагніт з постійною часу  $T$  і напруга на його обмотці регулюється безпосередньо з виходу зворотного зв'язку, то коефіцієнт передачі виконавчої ланки представиться у вигляді

$$W(p) = \frac{x_3(p)}{u(p)} = -\frac{1}{Tp + 1}.$$

По заданому вигляду передатної функції розімкненої системи стабілізації визначається поліном  $Q_1(p) = -(p^2 - 1)(Tp + 1)$  рівняння зв'язку (2.26) варіаційної задачі, а по ньому – умова екстремуму функціонала (2.25) у вигляді коефіцієнту передачі зворотного зв'язку  $\alpha_1^*(p) = -2(p + 1)(Tp + 1)$ , при якому характеристичне рівняння (2.24) замкнутої системи має корені  $p_1^* = \frac{-1}{T}$ ,  $p_2^* = p_3^* = -1$ . При передатній функції зворотного зв'язку більш загального вигляду  $\alpha_1(p) = -k(\tau p + 1)(Tp + 1)$ , забезпечує жорсткість підвісу  $k - 1$  і коефіцієнт демпфування коливань, рівний  $\frac{k\tau}{2}$ , характеристичне рівняння (2.24) має корені  $p_1 = \frac{-1}{T}$ ,  $p_{2,3} = \pm \sqrt{(\frac{k\tau}{2})^2 - k + 1}$ . По цим кореням легко встановити область стійкості в просторі параметрів системи  $T \geq 0, k - 1 \geq 0, \tau \geq 0$  і знайти функцію керування  $u(t)$  в залежності від часу і початкових умов по фазовим змінним. Підстановка  $u(t)$  в критерій (2.25) і обчислення інтегралу показують,

що він досягає мінімуму  $U_1 = 2[(1+T)(x_{10} + x_{20}) - Tx_{30}]^2$ , якщо параметри зворотного зв'язку  $\alpha_1(p)$  обрані наступними :

$$k = k^* = 2, \tau = \tau^* = 1. \quad (2.28)$$

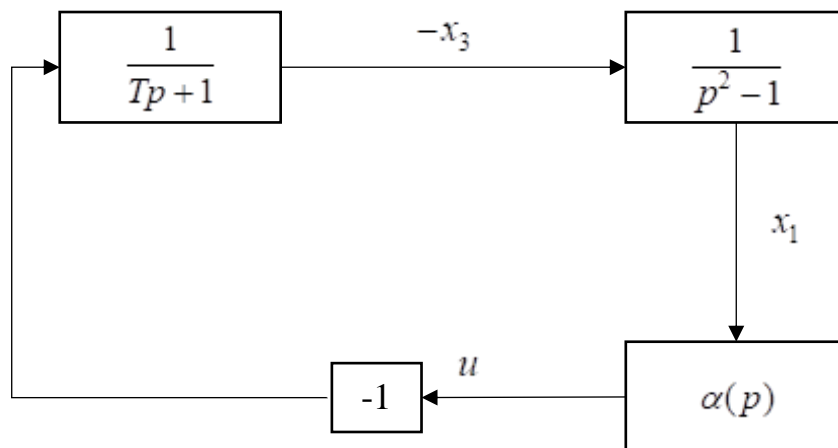


Рис. 2.6. Структурна схема системи стабілізації магнітного підвісу з регулюванням напруги на електромагніті безпосередньо сигналу зворотного зв'язку.

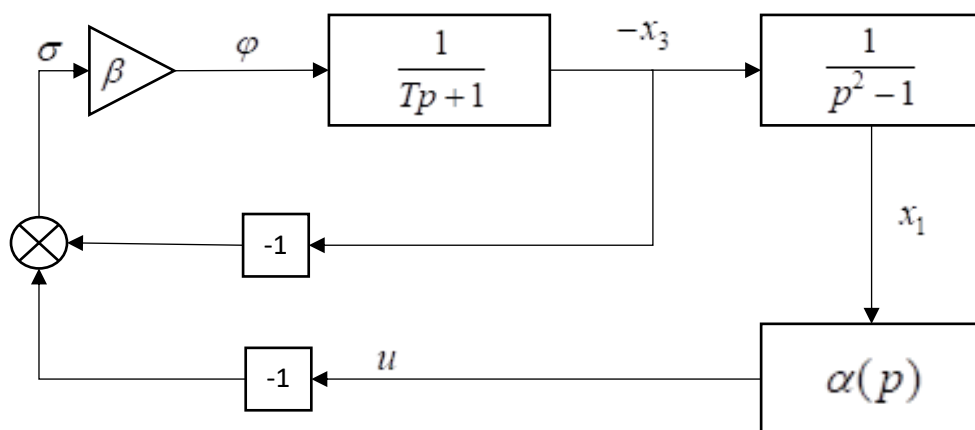


Рис.2.7. Структурна схема системи стабілізації магнітного підвісу з регулюванням напруги на електромагніті підсилювачем, який охоплений жорстким негативним зворотним зв'язком по струму електромагніту.

При даних параметрах  $\alpha_1(p) = \alpha_1^*(p)$ , тобто знайдена умова екстремуму критерія (2.25) є умовою його мінімуму. Отримане мінімальне значення критерія оптимальності  $U_1$  можна представити у вигляді позитивно визначеної квадратичної форми  $U_1 = x_0' K(T) x_0$  довільних початкових умов по фазовим змінним, в якому матриця

$$K(T) = 2 \begin{vmatrix} (T+1)^2 & (T+1)^2 & -T(T+1) \\ (T+1)^2 & (T+1)^2 & -T(T+1) \\ -T(T+1) & -T(T+1) & T^2 \end{vmatrix}$$

залежить від постійної часу  $T$  електромагніту. Для мінімізації  $U_1$  по параметру  $T$  необхідно розглядати квадратичну форму  $\frac{\partial U_1}{\partial T} = x_0' \frac{\partial K}{\partial T} x_0$ , яка в загальному випадку є невизначеною. Так наприклад, при початкових умовах  $x_0 = [0; x_{20}; 0]$ , що відповідає довільному імпульсу сили, яка діє на вивішене тіло, мінімум  $U_1(T)$  досягається  $T=0$ , а при початкових умовах  $x_0 = [x_{10}; 0; 2x_{10}]$ , що відповідає статичному зміщенню вивішеного тіла від положення рівноваги, мінімум  $U_1(T)$  досягається при  $T=1$ .

Для одночасного задоволення цих суперечливих вимог пропонується система стабілізації магнітного підвісу по структурній схемі, зображеній на рис.2.6. В цій схемі регулювання напруги  $\phi$  на електромагніті проводиться підсилювачем, який має великий коефіцієнт підсилення  $\beta$  і жорсткий зворотній зв'язок по струму електромагніту. Передатна функція виконавчої ланки системи:

$$W(p) = \frac{x_3(p)}{u(p)} = \frac{1-\mu}{\mu T p + 1}$$

має в даному випадку інерційність, пропорційну малому

параметру  $\mu = (1+B)^{-1} \ll 1$ . В межах, при  $\mu \rightarrow 0$ , виконавча ланка безінерційна при будь-якій кінцевій постійній часу електромагніту. В цьому випадку  $x_3 \equiv u$ , поліном розімкнутої системи  $Q_2(p) = -(p^2 - 1)$  і оптимальний за критерієм (2.25) коефіцієнт передачі зворотного зв'язку виходить таким:  $\alpha_2^*(p) = -2(p+1)$ , з

оптимальними параметрами (2.28). При цьому функціонал (2.25) приймає найменше значення  $U_2 = 2(x_{10} + x_{20})^2$ , яке залежить тільки від початкових умов по фазовим змінним.

Для даного способу регулювання напруги на електромагніті являє розглянемо функціонал

$$\Phi = \int_0^{\infty} \varphi^2 dt, \quad (2.29)$$

який співпадає з функціоналом (2.25) у випадку безпосереднього регулювання напруги на електромагніті по схемі рис.2.5, коли  $\varphi \equiv u$ . Для схеми рис.2.6 при передатній функції зворотного зв'язку  $\alpha_2(p) = -k(\tau p + 1)$ . з необхідної умови екстремуму функціоналу  $\frac{\partial \Phi}{\partial T} = 0$  визначаються екстремальні параметри

$$k = \frac{T+1}{T}, \quad \tau = 1, \quad (2.30)$$

при яких  $\Phi$  приймає мінімум  $\Phi = 0$ . З отриманого взаємо зв'язку оптимальних з точки зору критерію (2.29) параметрів видно, що для збільшення жорсткості  $k-1$  підвісу необхідно зменшувати постійну часу  $T$  електромагніту. При сукупності параметрів

$$k = k^* = 2, \tau = \tau^* = 1, \mu = (1 + \beta)^{-1} = \mu^* = 0, T = T^* = 1. \quad (2.31)$$

функціонали (2.25), (2.29), як видно з виразів (2.28), (2.30) приймають мінімальне значення одночасно

Зменшення параметру  $\mu$  відбувається при збільшенні коефіцієнту підсилення  $\beta$ . Це призводить до необхідності врахування реально існуючих обмежень вихідної напруги підсилення:  $\varphi^+$  - зверху,  $\varphi^-$  - знизу. Враховуючи ці обмеження, вихідні вольт-амперні характеристики підсилювача прагнуть при  $\beta \rightarrow \infty$  до релейної функції

$$\varphi(\sigma) = \begin{cases} \varphi^+, & \sigma > 0 \\ \varphi^-, & \sigma < 0 \end{cases} \quad (2.32)$$

і мінімум функціоналів (2.29), або одночасно (2.25), (2.29), досягається в ковзному режимі релейної системи:

$$x = Ax + b\varphi(\sigma), \quad \sigma = c'x \quad (2.33)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{T} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{T} \end{bmatrix}, \quad c' = [-k, \quad -k\tau, \quad 1]$$

при оптимальних параметрах (2.30) або (2.31). Граничний перехід від кусково-лінійної до релейної системи дає повне визначення релейної функції (2.32) в точці розриву  $\sigma = c'x = 0$  диференціальним рівнянням

$$\mu\dot{\varphi} = \frac{-1}{T}\varphi - k(\tau x_1 + x_2) + (k\tau - \frac{1}{T})x_3$$

з малим параметром при похідній. В граничному випадку  $\mu \rightarrow \mu^* = 0$  повільні зміни  $\varphi$  кусково-лінійної системи еквівалентні ковзним рухам релейної системи, а швидкі зміни – стрибкам  $\varphi$ . Детальний аналіз динаміки релейної системи (2.33) в залежності від її параметрів проведений в роботі [25] при симетричних рівнях обмежень вихідної напруги підсилювача  $\varphi^+ = -\varphi^-$ .

Розглянута оптимізація системи стабілізації реалізується наближенням до ковзкого режиму в магнітному підвісі на постійному струмі при регулюванні напруги на електромагніті по структурній схемі рис.2.6 від сигналу датчика переміщень з його корекцією по швидкості вивішеного тіла [13].

## Розділ III

### Розрахунок та моделювання магнітного підвісу

#### 3.1 Розрахунок котушки індуктивності

Одним з найважливіших елементів магнітного підвісу являється котушка магніту, який застосовується в системі стабілізації. Для того щоб система стабілізації працювала без похибок, необхідно розрахувати котушку та отримати параметри при яких система стабілізації виконає свої функції.

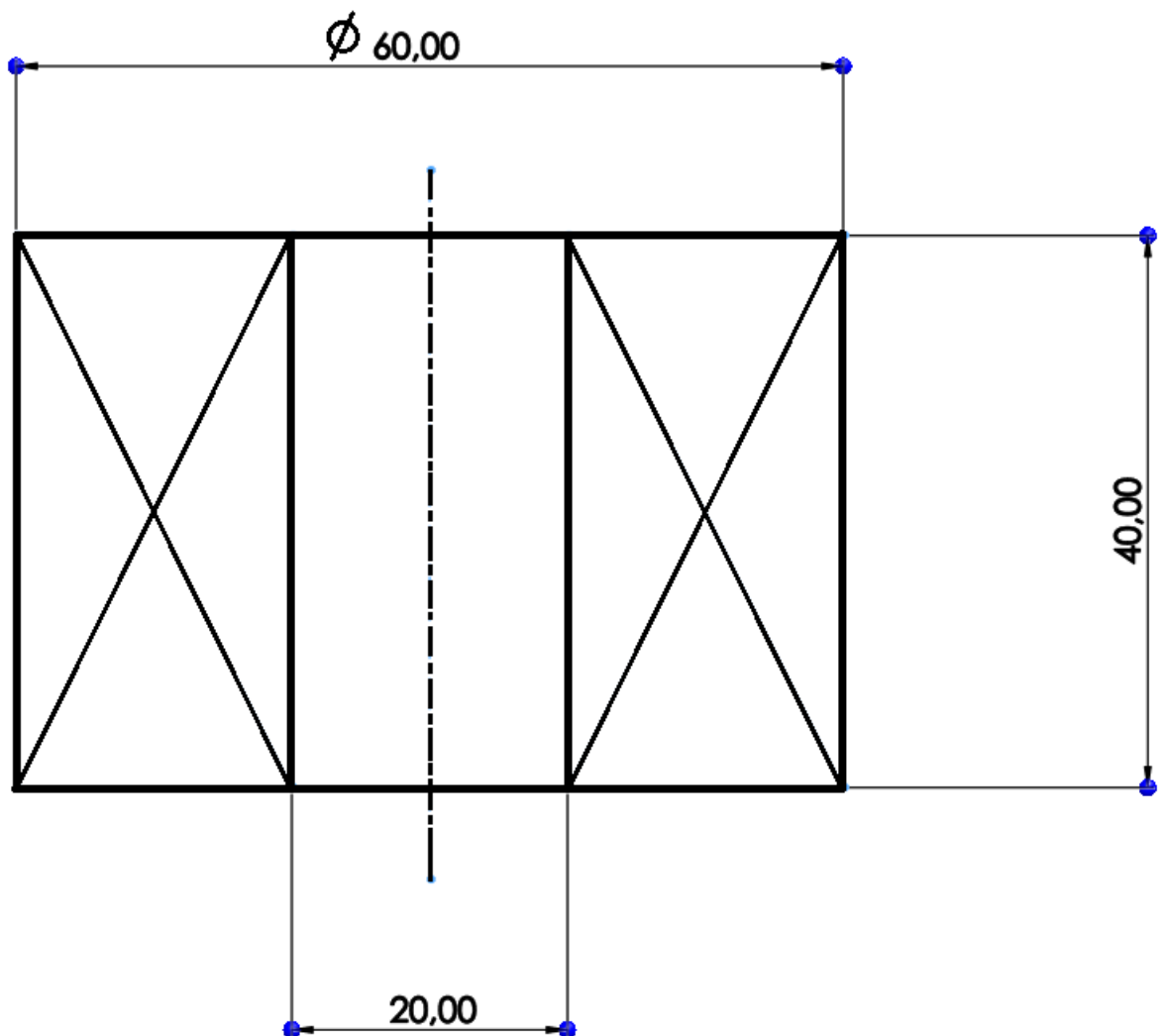


Рисунок 3.1. Котушка індуктивності, де середній діаметр котушки ( $D=60\text{мм}$ ), довжина намотки ( $l=40\text{мм}$ ), товщина котушки ( $d=20\text{мм}$ ).

У даному випадку відомо лише декілька параметрів котушки, тому необхідно знайти ряд невідомих. Почнемо з кількості витків. Для початку нам потрібно знайти площу самої котушки, а для цього скористаємось формулою:

$$S = l \cdot d, \quad S = 40 \cdot 20 = 800 \text{ мм}^2 \quad (3.1)$$

Після цього, задавши діаметр дроту ( $d_{\text{др}} = 0.5 \text{ мм}$ ), знайдемо площу поперечного перерізу дроту:

$$S_{\text{пр}} = \frac{\pi d^2}{4}, \quad S_{\text{пр}} = \frac{3.14 \cdot 0.25}{4} = 0.2 \text{ мм}^2 \quad (3.2)$$

Знайдено всі дані для отримання кількості витків, скористаємось формулою:

$$n = \frac{S}{S_{\text{пр}}}, \quad n = \frac{800}{0.2} = 4000 \quad (3.3)$$

Враховуючи ізоляцію дроту наша кількість витків буде рівною 3000.

Для того, щоб знайти індуктивність використаємо формулу:

$$L = \frac{0.008 \cdot D^2 \cdot n^2}{3 \cdot D^3 + 9 \cdot l + 10 \cdot d} \quad (3.4)$$

$$L = \frac{0.008 \cdot 40^2 \cdot 3000}{3 \cdot 40 + 9 \cdot 40 + 10 \cdot 20} = 0.17 \text{ Гн}$$

Для розрахунку опору необхідна довжина дроту та питомий електричний опір  $\rho = 1.68 \times 10^{-8} \text{ Ом} \times \text{м}$ , тому використаємо наступні формули:

$$l_{\text{др}} = \pi \cdot n \cdot D, \quad l_{\text{др}} = 3.14 \cdot 3000 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 376.8 \text{ м} \quad (3.5)$$

$$R = \rho \cdot \frac{l_{\text{др}}}{S}, \quad R = 1.68 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{376.8}{2 \cdot 10^{-7}} = 30.1 \text{ Ом} \quad (3.6)$$



### 3.2 Математична та програмна модель

Для моделювання магнітного підвісу використовувались такі рівняння:

$$\frac{dz}{dt} = \dot{z}, \quad m \frac{d\dot{z}}{dt} = az - bI, \quad T_e \frac{dI}{dt} = -I + \frac{u}{R_e} \quad (3.1)$$

По даним рівнянням було створено імітаційну модель магнітного підвісу, після чого було зроблено декілька досліджень.

%Головна програма

clc

clear all

global a b Re Te m r tay alpha L

a=18\*10^3;% Крутизна силових характеристик підвісу по переміщенню тіла

b=21;% Крутизна силових характеристик підвісу по струму електромагніту

L=0.3;% Індуктивність

Re=10;% Активний опір на електромагніті

Te=6\*10^-3;% Постійна часу електромагніту

m=1.5; % Маса тіла

r=2; % активний опір датчика струму

tay=9\*10^-3; % Оптимальна постійна часу датчика швидкості вивішеного тіла

alpha=4.3\*10^3; % оптимальна чутливість датчика вивішеного тіла

z0=0.01;% Початкове переміщення

z0shtrih=0;% Початкова швидкість переміщення

I0=0;% Струм

Tk=9;

y0=[z0 z0shtrih I0]

[t,y]=ode45('PrCh',Tk,y0);

figure(1)

plot(t,y(:,1)),grid

xlabel('час, c')

ylabel('Переміщення, м')

figure(2)

plot(t,y(:,3)),grid

xlabel('час, c')

ylabel('Струм, A')

%Підпрограма

function z=PrCh(t,y)

global a b Re Te m r tay alpha L

$$u=\alpha*(y(1)+\tau a y(2))-r*y(3);$$

$$z(1)=y(2);$$

$$z(2)=-a/m*(y(1))+b/m*(y(3));$$

$$z(3)=(-y(3)+u/R e+b*y(1))/L;$$

$$z=z';$$

### 3.3 Результати досліджень

На рис. 3.1 – 3.12 представлено результати моделювання динаміки магнітного підвісу, а саме зміна зазору  $\delta$  та струм  $I$  через котушку, при значеннях маси вивішеного тіла  $m=0.5, 0.7, 0.9, 1.1, 1.3, 1.5$  кг.

На рис. 3.13 – 3.22 представлено результати моделювання динаміки магнітного підвісу, а саме зміна зазору  $\delta$  та струм  $I$  через котушку, при значеннях індуктивності  $L=0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.1$  Гн.

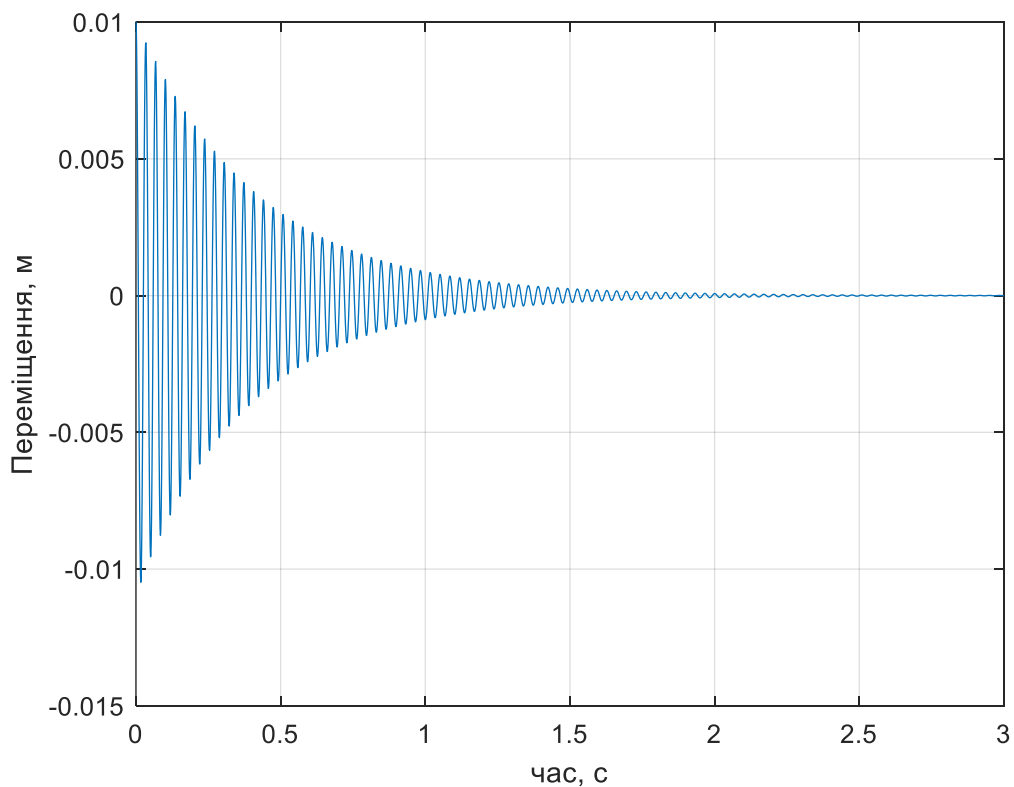


Рис.3.1. Переміщення чутливого елемента при масі 0.5 кг

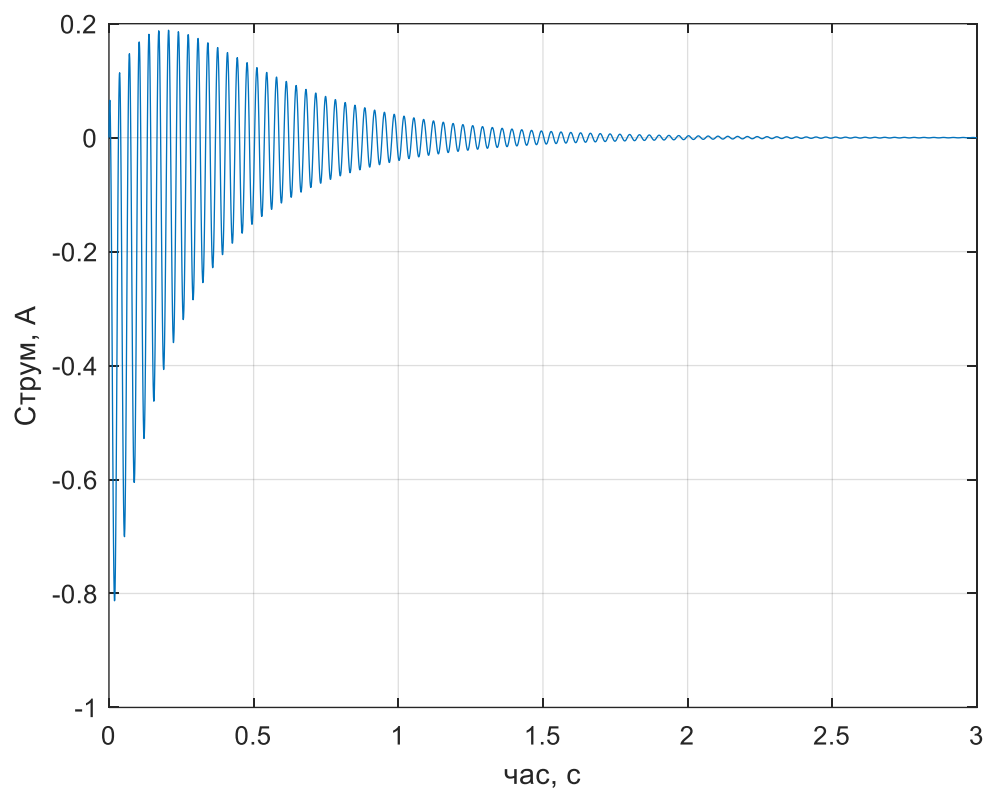


Рис.3.2. Струм при масі 0.5 кг

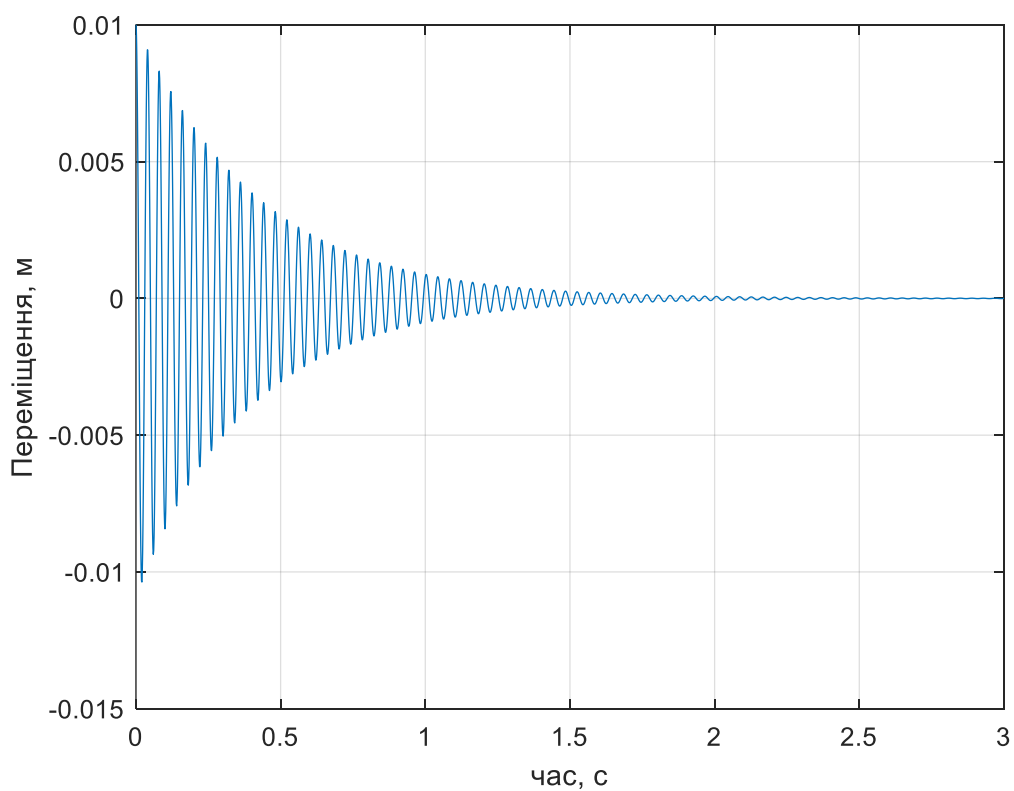


Рис.3.3. Переміщення чутливого елементу при масі 0.7 кг

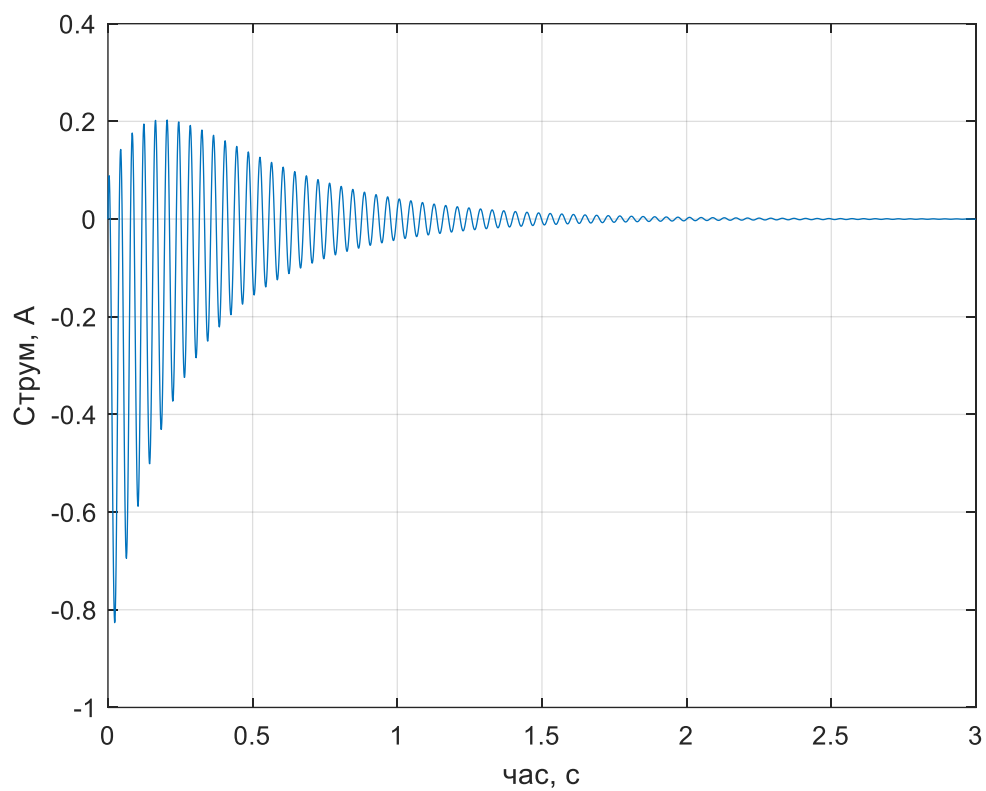


Рис.3.4. Струм при масі 0.7 кг

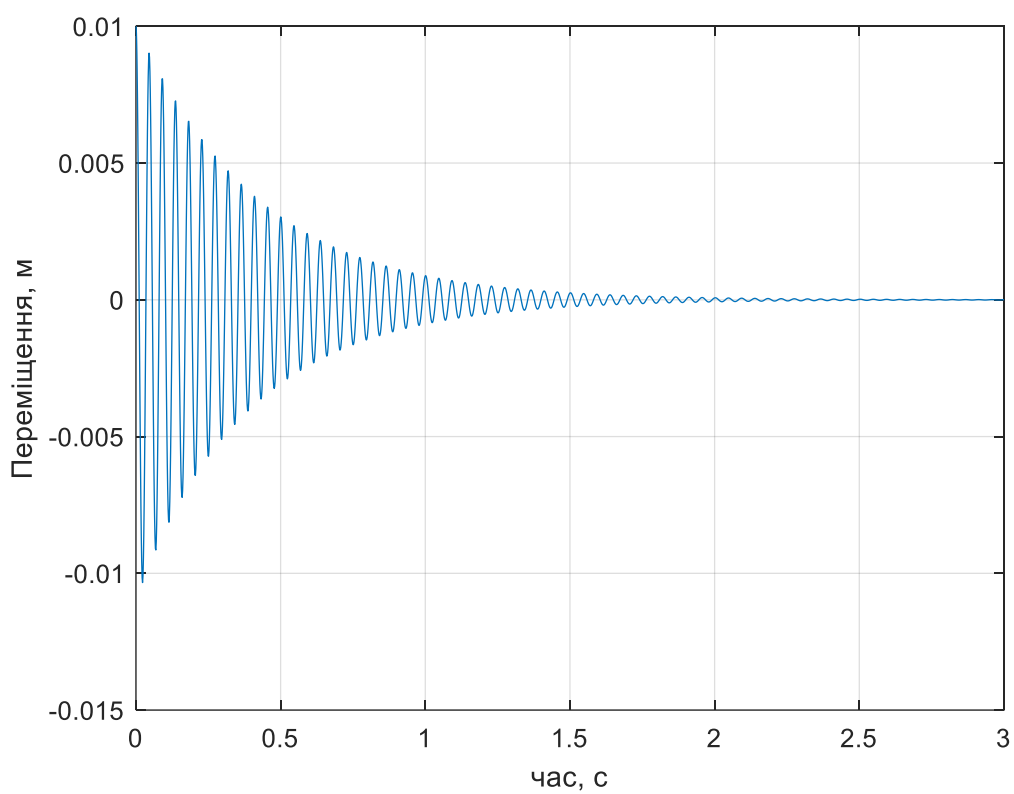


Рис.3.5. Переміщення чутливого елементу при масі 0.9 кг

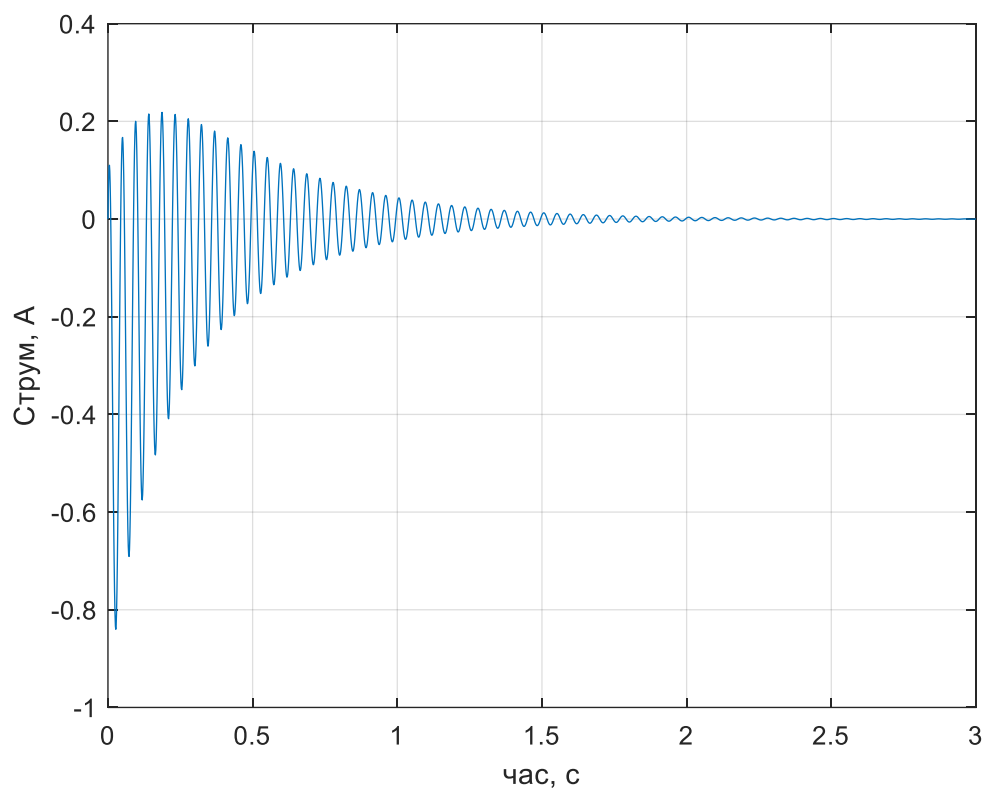


Рис.3.6. Струм при масі 0.9 кг

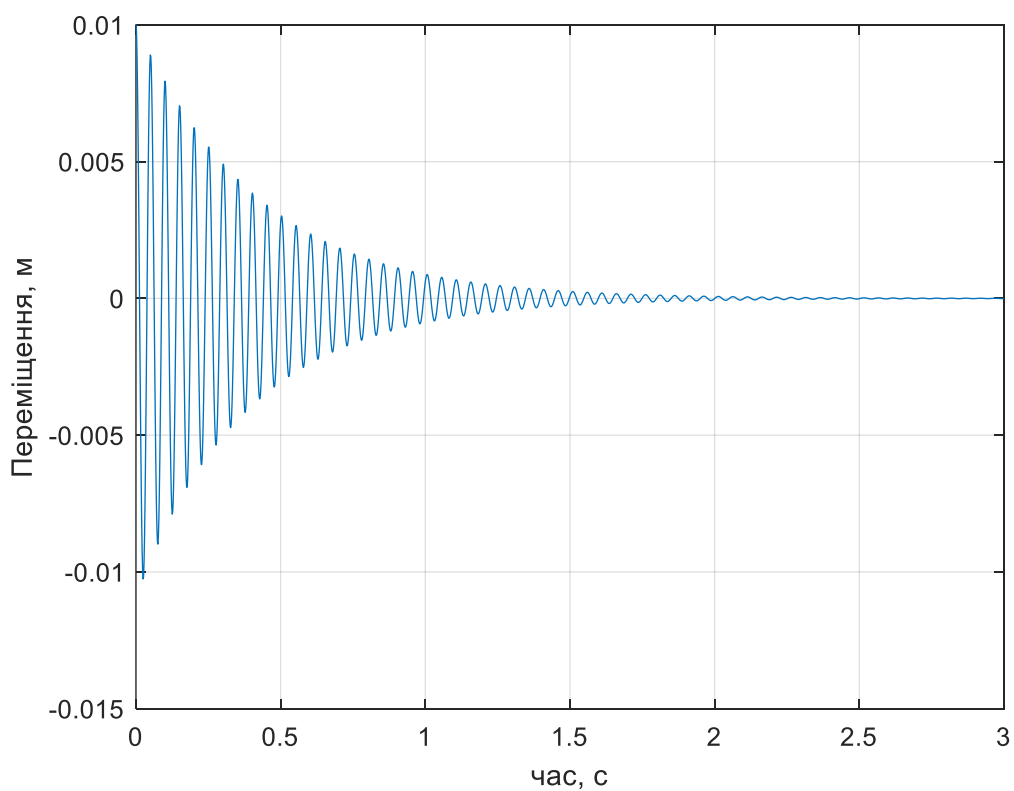


Рис.3.7. Переміщення чутливого елемента при масі 1.1 кг

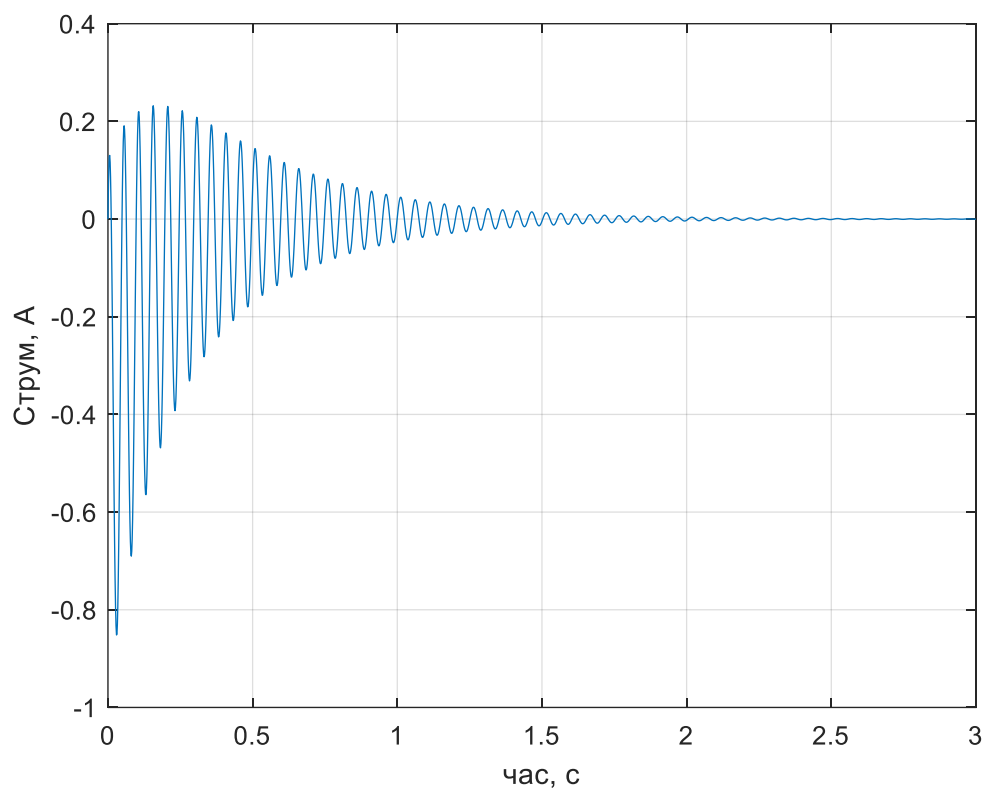


Рис.3.8. Струм при масі 1.1 кг

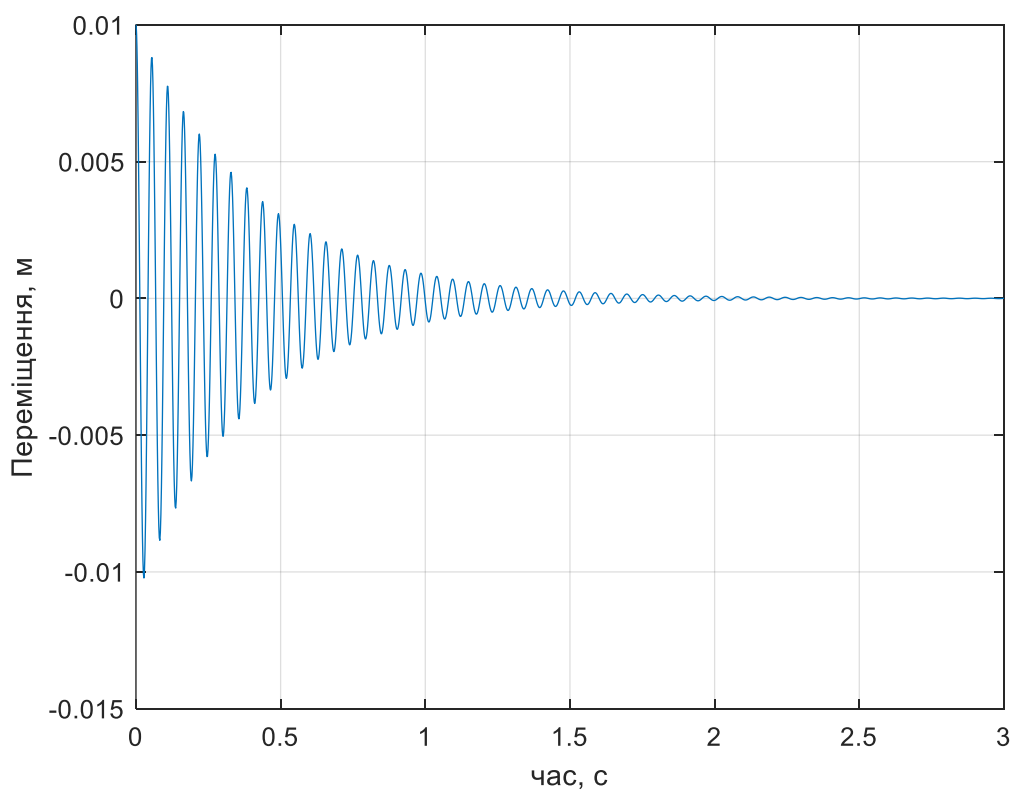


Рис.3.9. Переміщення чутливого елементу при масі 1.3 кг

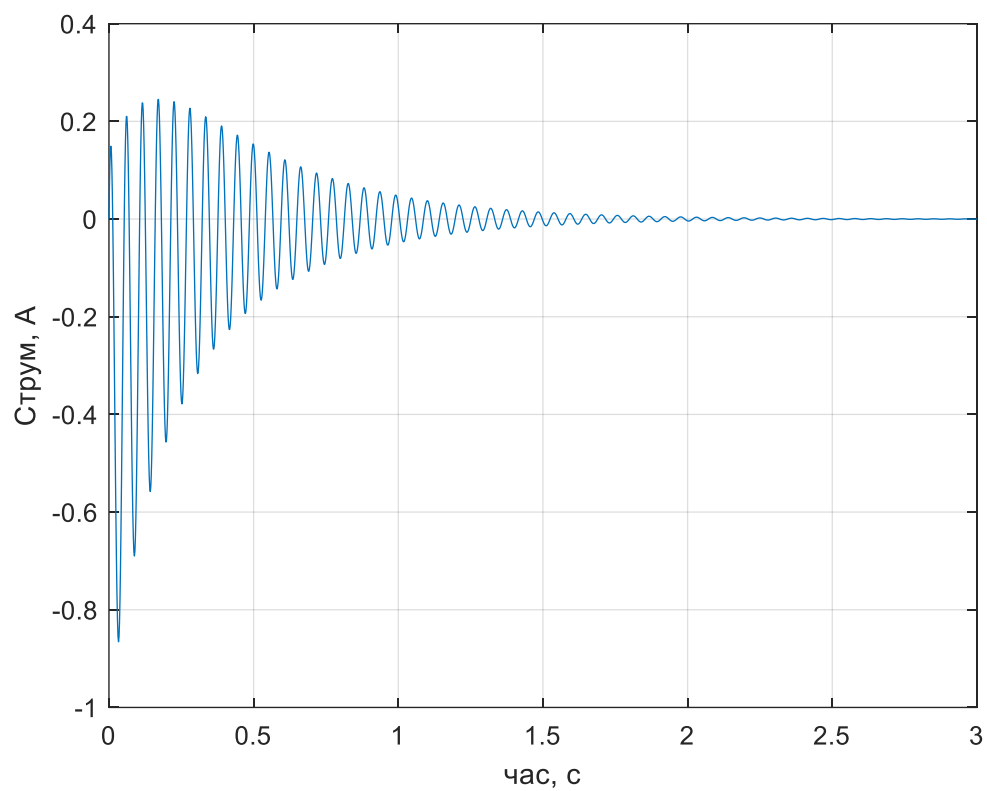


Рис.3.10. Струм при масі 1.3 кг

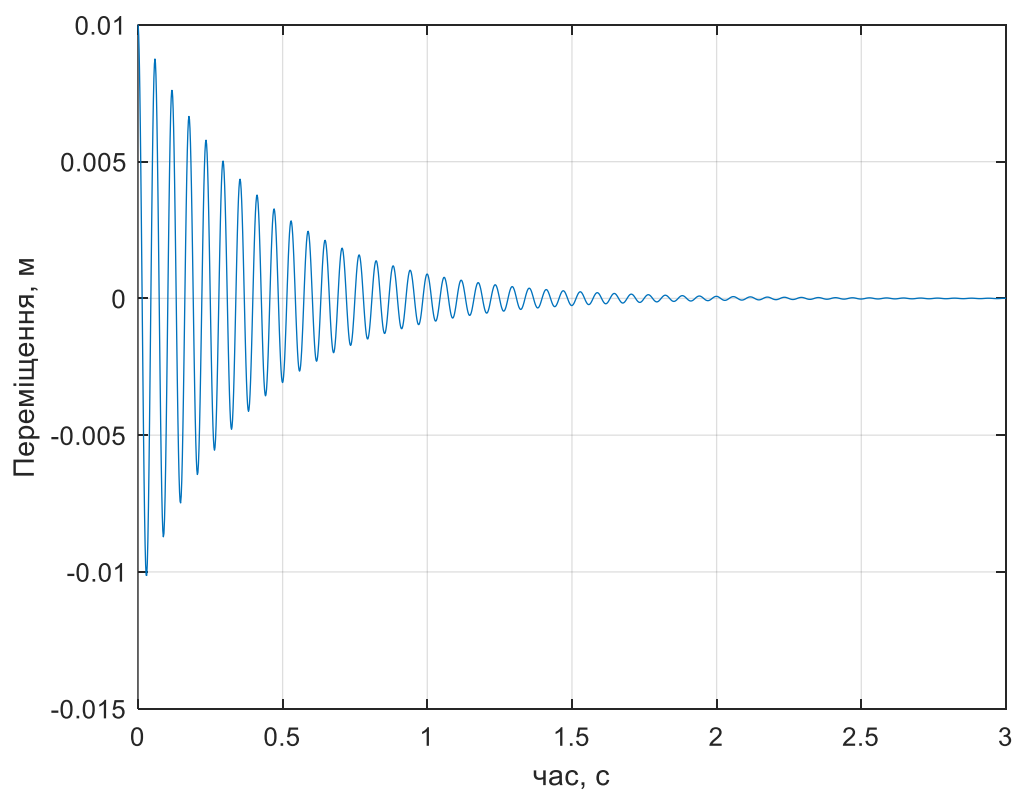


Рис.3.11. Переміщення чутливого елементу при масі 1.5 кг



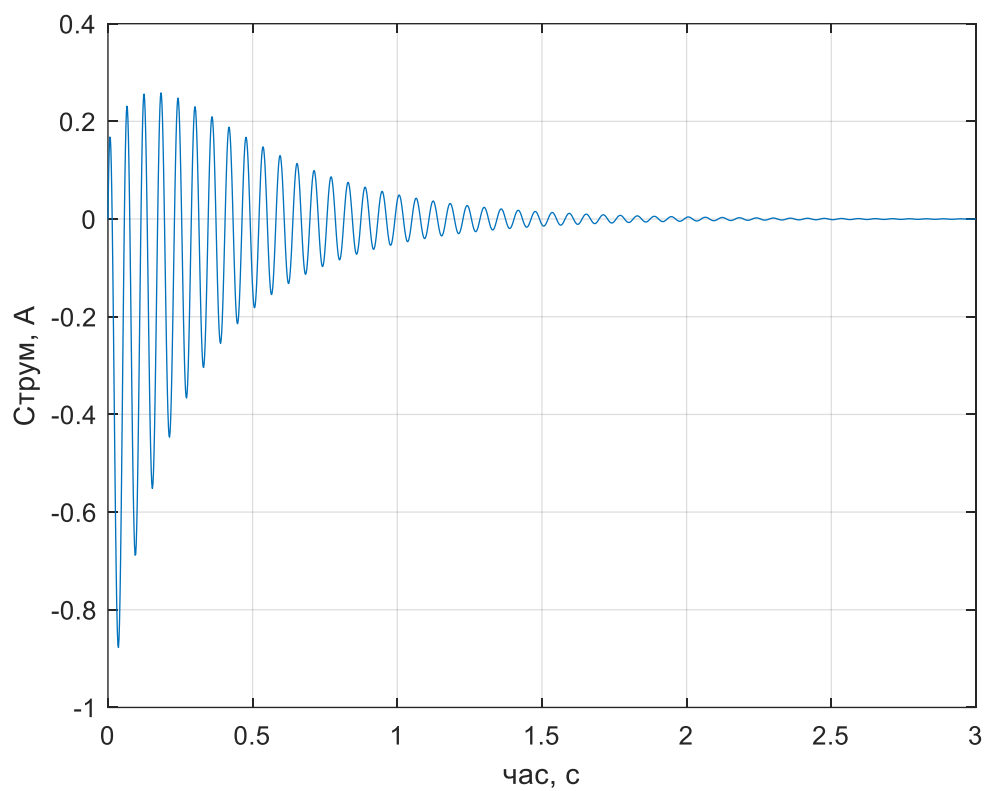


Рис.3.12. Струм при масі 1.5 кг

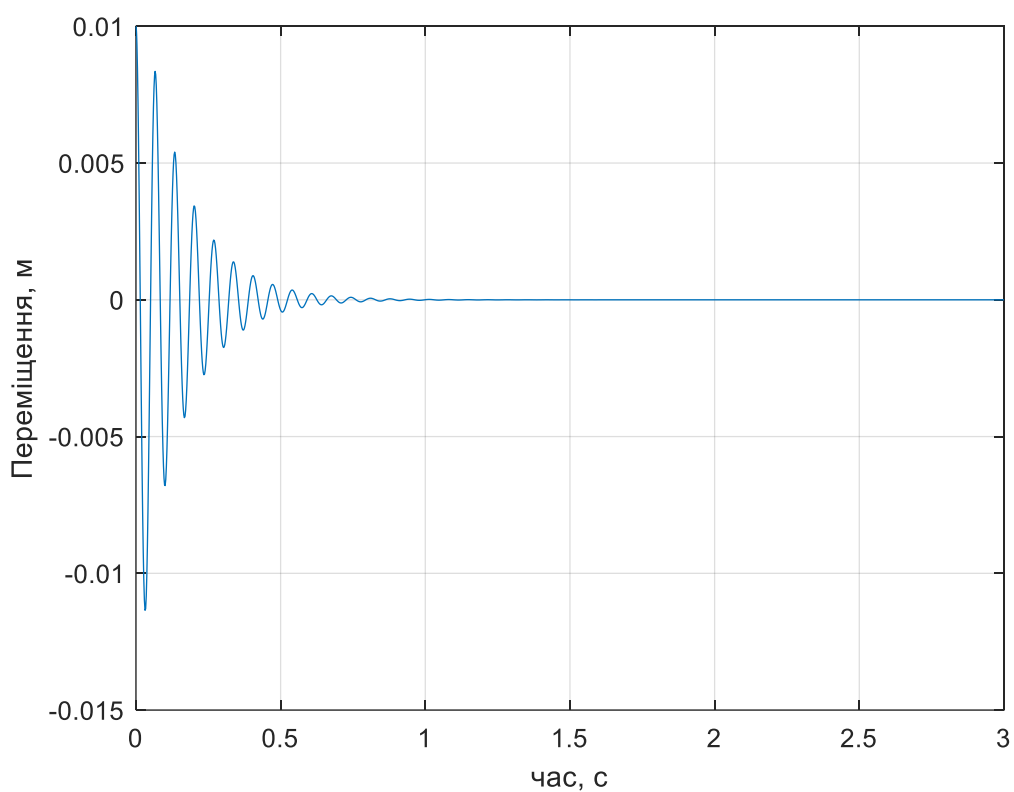


Рис.3.13. Переміщення чутливого елемента при індуктивності 0.02 Гн

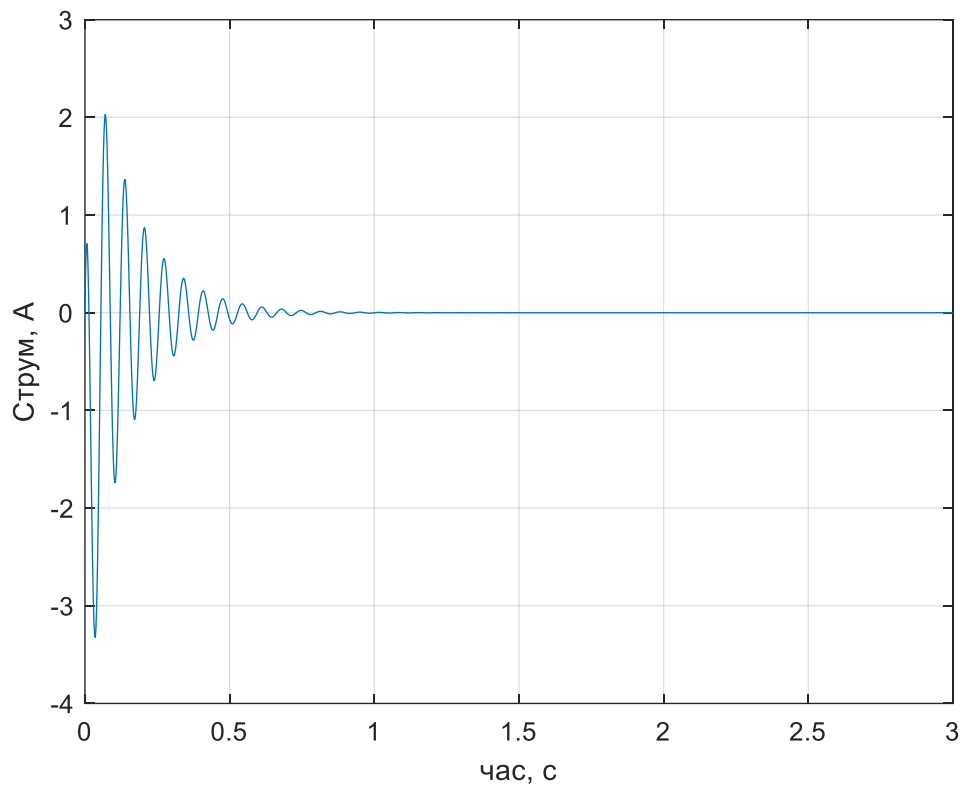


Рис.3.14. Струм при індуктивності 0.02 Гн

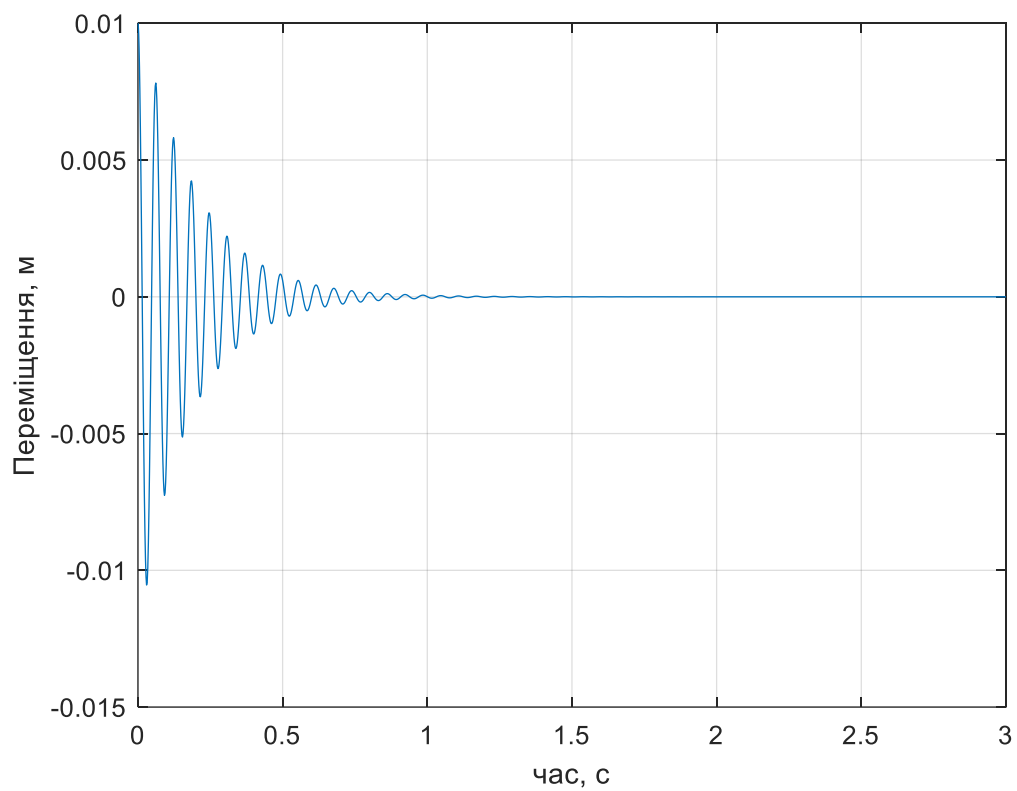


Рис.3.15. Переміщення чутливого елементу при індуктивності і 0.04 Гн

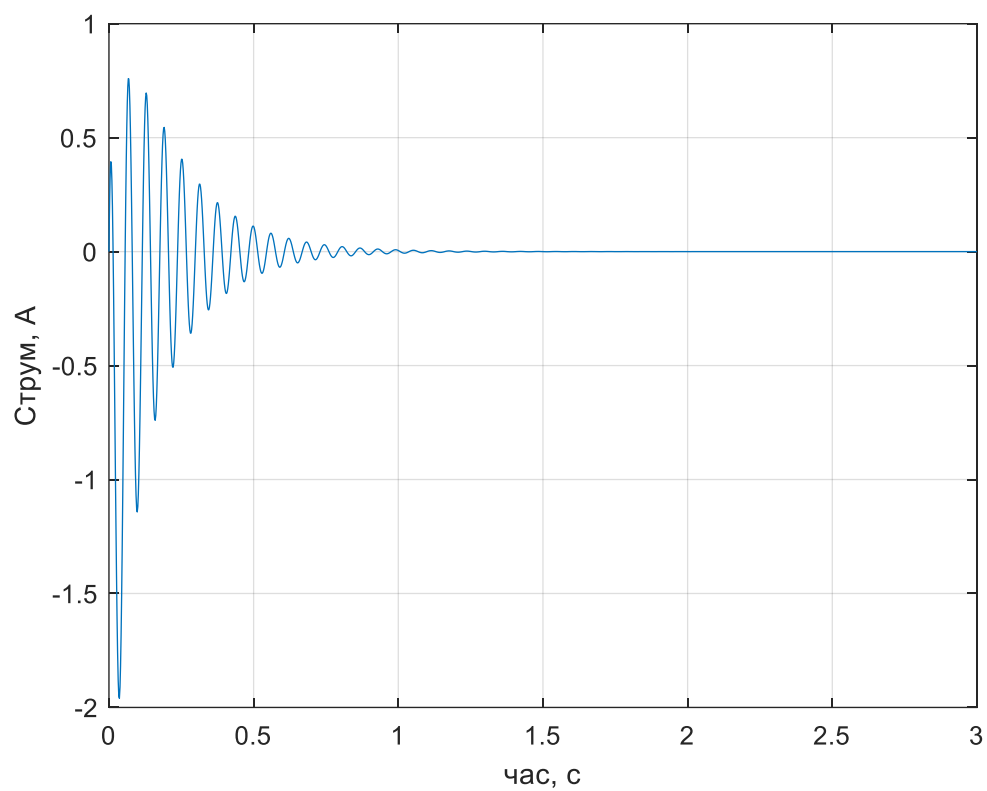


Рис.3.16. Струм при індуктивності 0.04 Гн

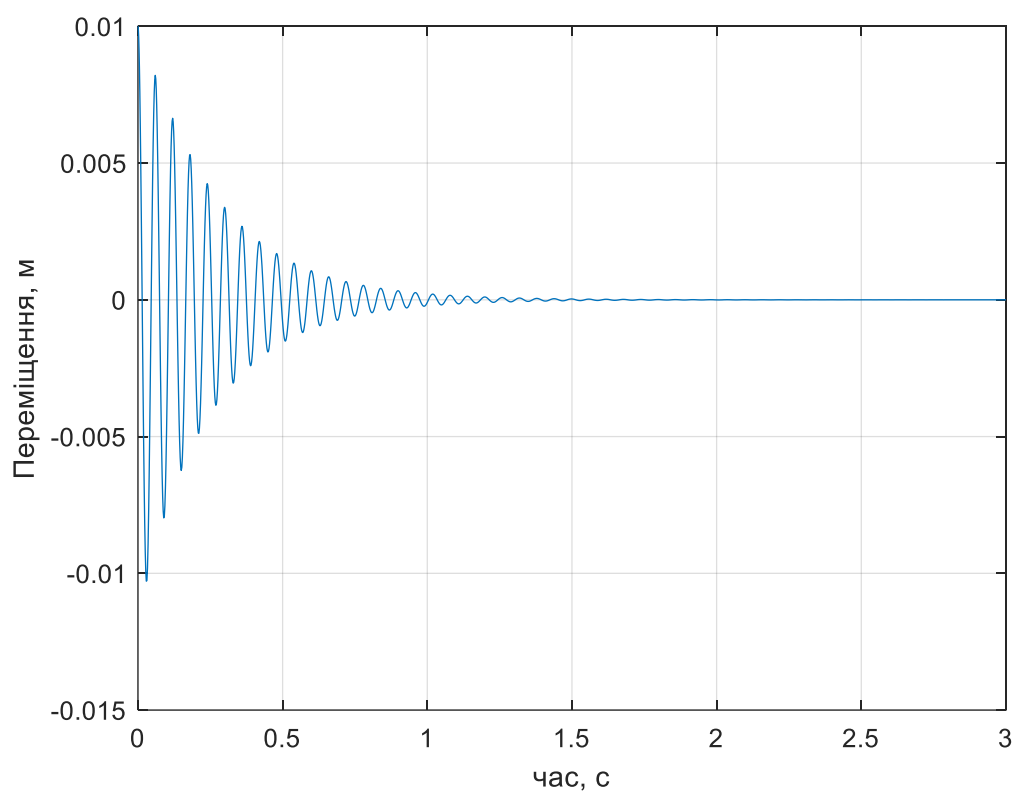


Рис.3.17. Переміщення чутливого елементу при індуктивності 0.06 Гн

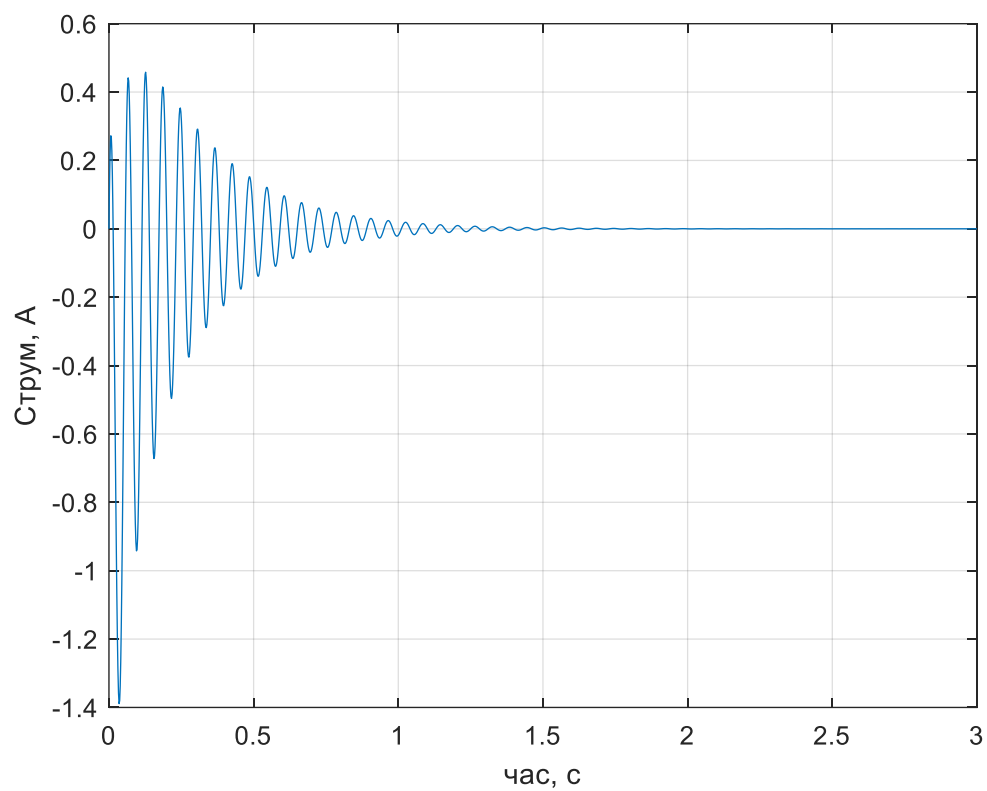


Рис.3.18. Струм при індуктивності 0.06 Гн

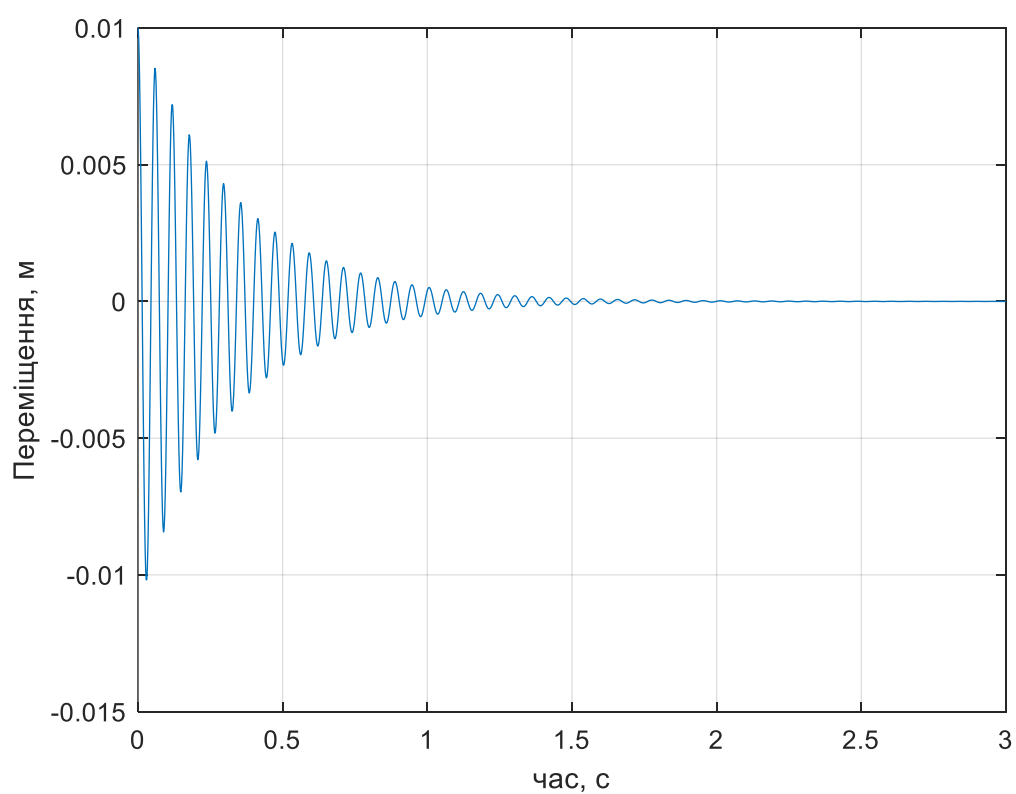


Рис.3.19 Переміщення чутливого елементу при індуктивності 0.08 Гн

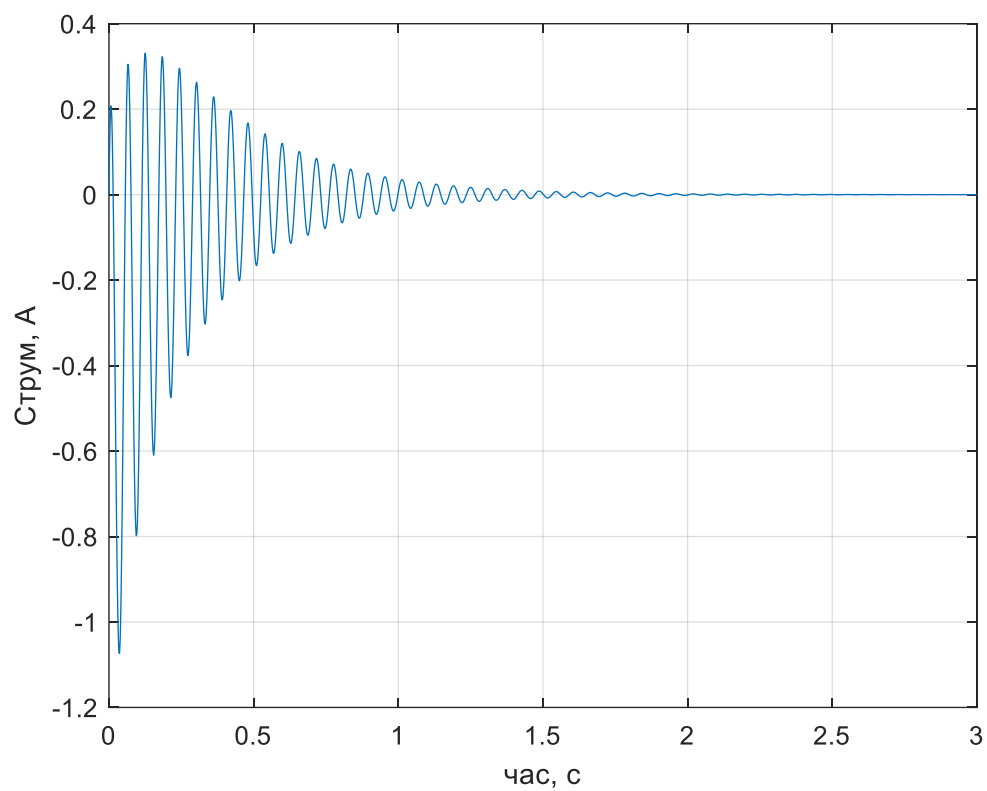


Рис.3.20. Струм при індуктивності 0.08 Гн

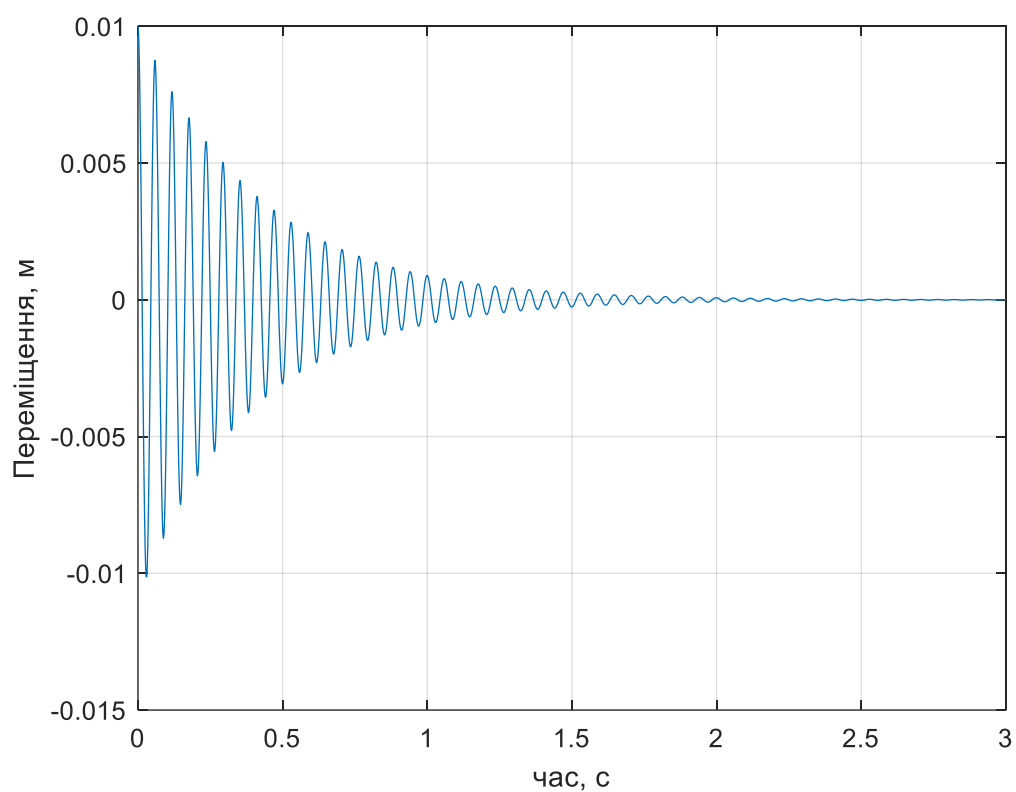


Рис.3.21. Переміщення чутливого елементу при індуктивності 0.1 Гн

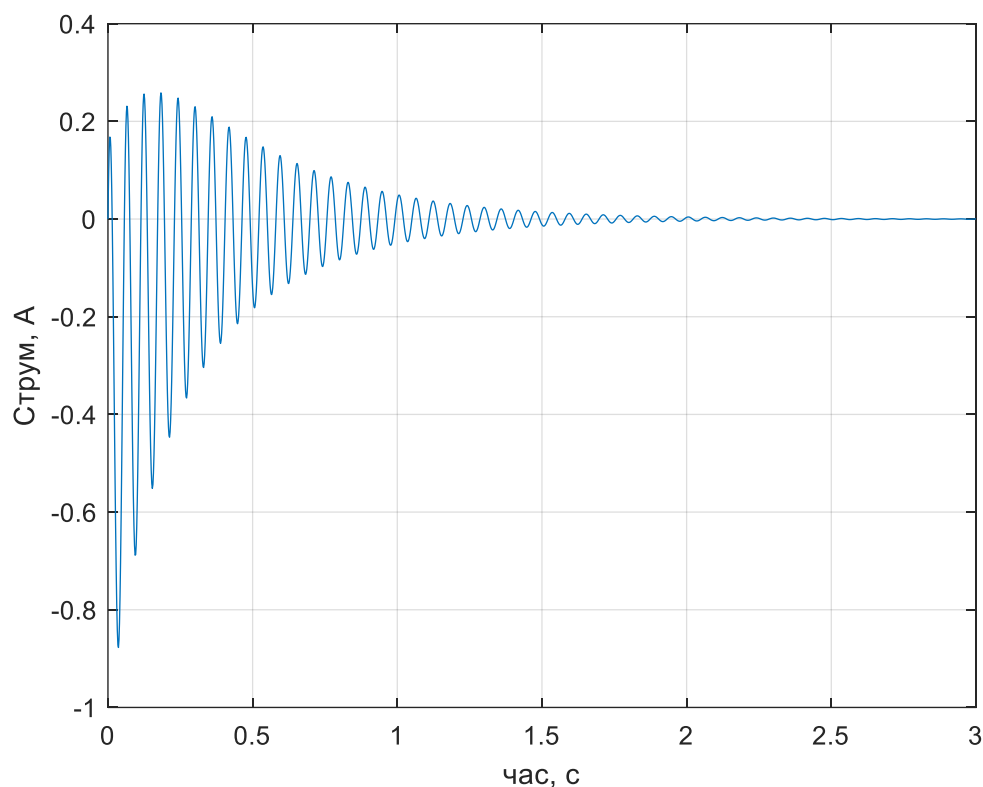


Рис.3.22. Струм при індуктивності 0.1 Гн

Під час моделювання було проведено 2 досліді: 1) зміна маси від 0.5 до 1.5кг з кроком 0.2, та 2) зміна індуктивності від 0.02 до 0.1 Гн з кроком 0.02. Після отримання результатів моделювання можна зробити висновок, що при зменшенні маси перехідний процес триватиме довше, а частота власних коливань буде також збільшена, зі зменшенням індуктивності час перехідного процесу та частота власних коливань зменшиться в рази і навпаки. Тому необхідно правильно підібрати параметри при яких ми отримаємо позитивний результат.

## Висновки

В роботі розглянуто магнітний підвіс чутливого елементу гірокомпаса. На основі отриманих результатів можна зробити певні висновки. Під час досліджень виявлено, що вибір матеріалу для створення магнітного підвісу є дуже важливим, адже у кожного матеріалу свої недоліки та переваги. Тому необхідно визначити для якого приладу необхідний магнітний підвіс, і після цього вже обрати необхідні матеріали для побудови.

Система стабілізації, яка використовується в магнітному підвісі, завдяки своєму принципу дії не дозволяє чутливому елементу порушувати рівновагу під час роботи.

Також на основі рівнянь руху магнітного підвісу було створено імітаційну модель магнітного підвісу, після чого було проведено ряд дослідів. Отримавши результати моделювання можна зробити висновок, що при зменшенні маси чутливого елементу перехідний процес триватиме довше, а частота власних коливань буде збільшена, а зі зменшенням індуктивності час перехідного процесу та частота власних коливань зменшиться в рази і навпаки. Тому необхідно правильно підібрати параметри котушки та інших елементів підвісу, при яких ми отримаємо позитивний результат.

## Список використаної літератури

1. Теория и применения электромагнитных подвесов. / Ю. А.Осокин, В. Н. Герди, К. А. Майков, Н. Н. Станкевич. – Москва: Машиностроение, 1980. – 290 с.
2. Малеев П. И. Новые типы гироскопов / П. И. Малеев. – Ленинград: Судостроение, 1971. – 160 с.
3. Воронков В.С., Сигуньков С.А. // ПТЭ. 1996. № 3. С.151–155
4. Воронков В.С. // Приволжский научный журн. 2008. № 3. С. 58–65
5. Пондеромоторное взаимодействие двух постоянных магнитов цилиндрической формы / И. В. Веселитский, В. С. Воронков, С. А. Сигуньков. // Журнал технической физики. – 1996. – №5. – С. 152–161.
6. Воронков В. С. Синтез системы стабилизации магнитного подвеса и экспериментальное исследование ее динамики / В. С. Воронков. // Изв. вузов. Приборостроение. – 1984. – №8. – С. 32–37.
7. Індуктивні датчики Школа для електрика [Електронний ресурс]. – 2012. – Режим доступу до ресурсу: <http://bezremonta.net/elektrika/2642-.html>.
8. Ємнісні датчики Школа для електрика [Електронний ресурс]. – 2012. – Режим доступу до ресурсу: <http://bezremonta.net/elektrika/2648-.html>.
9. Воронков В. С. Динамика системы стабилизации магнитного подвеса чувствительного элемента градиентометра / В. С. Воронков, О. Д. Поздеев. // Механика твердого тела. – 1995. – №1. – С. 25–32.
10. Воронков В. С. Исследование систем стабилизации магнитного подшипника / В. С. Воронков, О. Д. Поздеев. // Механика твердого тела. – 1980. – №4. – С. 30–39.
11. Воронков В. С. О динамике магнитного подвеса / В. С. Воронков, О. Д. Поздеев, В. М. Сандалов. // Электромеханика. – 1974. – №10. – С. 1082–1089.
12. Воронков В. С. Определение сил, действующих на сферическое ферромагнитное тело в осесимметричном магнитном подвесе / В. С. Воронков, О. Д. Поздеев. // Электромеханика. – 1992. – №3. – С. 3–8.
13. Воронков В. С. Оптимизация системы стабилизации магнитного подвеса / В. С. Воронков, О. Д. Поздеев. // Приборостроение. – 1979. – №9. – С. 53–57.



14. Воронков В. С. Устойчивость управляемого сверхпроводящего подвеса / В. С. Воронков. // Приборостроение. – 1981. – №8. – С. 69–74.
15. Вышков Ю. Д. Магнитные опоры в автоматике / Ю. Д. Вышков, В. И. Иванов., 1978. – 160 с. – (М.: Энергия).
16. Воронков Н. Н. Гироскопическое ориентирование / Н. Н. Воронков, В. В. Кутырев., 1989. – (М.:Недра).
17. Поздеев О. Д. Влияние нелинейности звеньев системы регулирования магнитного подвеса на устойчивость состояния равновесия маятникового гироскопа / О. Д. Поздеев. // Изв. вузов. Электромеханика. – 1985. – №3. – С. 49–54.
18. Воробьев В. М. О численном расчете устройств магнитного подвеса / В. М. Воробьев, С. С. Романович, Л. В. Федчун. // Изв. вузов. Электромеханика. – 1978. – №7. – С. 718–723.
19. Сермонс Г. Я. Динамика твердых тел в электромагнитном поле / Г. Я. Сермонс., 1974. – 248 с. – (Рига: Зинатне).
20. Штамбергер Г. А. Устройства для создания слабых постоянных магнитных полей / Г. А. Штамбергер. – Новосибирск, 1972. – 176 с. – (Наука. Сиб. отд-ние).
21. Джексон Д. Классическая электродинамика / Дж Джексон., 1965. – 720 с. – (М.: Мир).
22. Иванов В. И. Магнитный подвес на постоянном токе / В. И. Иванов, С. Н. Иконников, М. И. Красильникова. // Автоматика и телемеханика. – 1968. – №11.
23. Неймарк Ю. И. Устойчивость линеаризованных систем / Ю. И. Неймарк. // ЛКВВИА. – 1949.
24. Петров Ю. П. Вариационные методы теории оптимального управления / Ю. П. Петров., 1977. – (Л.: Энергия).
25. Воронков В. С. О динамике системы авторегулирования магнитного подвеса / В. С. Воронков, О. Д. Поздеев. // В сб.: Динамика систем, Горький. – 1975. – №5. – С. 32.
26. Андронов А. А. Теория колебаний / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин., 1959.